SPRAWOZDANIE

Dyrekcyi c. k. realnego i wyższego gimnazyum

W WADOWICACH

za rok szkolny

1876.

NAKŁADEM FUNDUSZU SZKOLNEGO.

Czcionkami Fr. Foltyna w Wadowicach.

1876.

SPRAWOZDANIE

Dyrekcyi c. k. realnego i wyższego gimnazyum

W WADOWICACH

za rok szkolny

1876.

NAKŁADEM FUNDUSZU SZKOLNEGO.

Czcionkami Fr. Foltyna w Wadowicach.

1876.

T R E Ś Ć.

POTĘGI DWUMIANU.

W rachunku ilościami ogólnemi napotykamy często zagadnienie: jak można wyrazić różne całkowite i dodatne potęgi dwumianu przez potęgi jego części składowych? Za pomocą mnożenia otrzymujemy dla pojedyńczych wypadków rozwiązanie tego zagadnienia wyrażonego w następujących zrównaniach:

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^2+b^4,$$

i t. d.

Tutaj zachodzi pytanie, czy ogólną potęgę $(a+b)$,^{p} w któréj p dowolną rzetelną liczbę oznacza, w ten sam sposób rozwiązać można i według jakiego prawa tworzą się pojedyńcze wyrazy skończonego lub nieskończonego szeregu. Chciejmy się zająć dochodzeniem tego w następującem.

Ażeby najprostszy przypadek rozwiązać, uważajmy na potęgę $(1+x)$,^{m} gdzie x dowolną zmienną, m zaś całkowitą dodatną liczbę oznacza. Z ciągu mnożenia, służącego do rozwinięcia potęg $(1+x)^2$, $(1+x)^3$ i t. d. widzimy bez trudności, że rzeczywiste wykonanie m mnożeń, które oznaczamy przez $(1+x)^m$, da nam szereg skończony, zaczynający się od 1 i

zawierający wszystkie potęgi $x, x^2, x^3, \ldots, x.^m$ Uporządkujmyż ten szereg według oznaczonych potęg x, otrzymamy wypadek:

$$1). \quad (1+x)^m = 1+C_1\,x+C_2x^2+C_3x^3+\ldots\ldots+C_m\,x^m,$$

gdzie C_1, C_2, C_3, ... C_m pewne jeszcze nieznane współczynniki oznaczają; te współczynniki można wielorako wyszukać albo za pomocą kombinacyj, albo czysto analitycznie, jak następuje:

Odpowiednio zrównaniu 1), będzie, jeżeli powiększymy x o dowolną ilość r

$$(1+x+r)^m = 1+C_1(x+r)+C_2(x+r)^2+C_3(x+r)^3+\ldots\ldots C_m\,(x+r)^m$$

odejmijmy od tego zrównanie 1.) i różnicę napiszmy następnie

$$(1+x)^m\left((1+\frac{r}{1+x})^m-1\right)$$

$$=C_1x\left((1+\frac{r}{x})-1\right)+C_2x^2\left((1+\frac{r}{x})^2-1\right)+$$

$$+C_3\,x^3\left((1+\frac{r}{x})^3-1\right)+\ldots\ldots+C_m\,x^m\left((1+\frac{r}{x})^m-1\right).$$

Dla krótkosci połóżmy

$$\frac{r}{1+x}=d. \quad \frac{r}{x}=e$$

i podzielmy obie strony poprzedniego zrównania przez r, przyczem zastąpimy r po lewéj stronie równoważném wyrażeniem $(1+x)d$, po prawéj zaś wyrażeniem $x\,e$, otrzymamy

$$\frac{(1+d)^m-1}{d}(1+x)^{m-1}$$

$$=C_1\,\frac{(1+e)-1}{e}+C_2\frac{(1+e)^2-1}{e}x+C_3\frac{(1+e)^3-1}{e}x^2+\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots C_m\,\frac{(1+e)^m-1}{e}x^{m-1}.$$

Jeżeli r zbiega do zera natenczas granicami d i e będzie zero, następnie będzie

$$\lim \frac{(1+d)^m-1}{d} = m, \quad \lim \frac{(1+e)^k-1}{e} = k,$$

przeto poprzednie zrównanie zamieni się w następujące

$$m(1+x)^{m-1} = C_1 + C_2\, 2x + C_3\, 3x^2 + C_4\, 4x^3 + \ldots + C_m\, m\, x^{m-1}$$

Mnożąc przez $1+x$ będzie

$$2.)\quad m(1+x)^m = 1C_1 + (2C_2+1C_1)x + (3C_3+2C_2)x^2 + (4C_4+3C_3)x^3 + \ldots;$$

a według Nr. 1) i mnożenia przez m będzie

$$3.)\quad m(1+x)^m = m + mC_1 x + mC_2 x^2 + mC_3 x^3 + mC_4 x^4 + \ldots$$

Pierwsze strony zrównań 2) i 3) są sobie równe, zatem i drugie będą sobie równe; także wiadomo, że równe potęgi x mają równe współczynniki, a zatem

$$1C_1 = m,\quad 2C_2 + 1C_1 = mC_1,\quad 3C_3 + 2C_2 = mC_2 \;\ldots\ldots$$

stąd wywiązują się wartości niewiadomych współczynników C_1, C_2, C_3, ... i tak

$$C_1 = \frac{m}{1},\quad C_2 = C_1 \frac{m-1}{2} = \frac{m}{1}\cdot\frac{m-1}{2},$$

$$C_3 = C_2 \frac{m-2}{3} = \frac{m}{1}\cdot\frac{m-1}{2}\cdot\frac{m-2}{3},$$

$$C_4 = C_3 \frac{m-3}{4} = \frac{m}{1}\cdot\frac{m-1}{2}\cdot\frac{m-2}{3}\cdot\frac{m-3}{4},$$

i t. d.

Prawo według którego współczynniki postępują, widzieć łatwo; wzór następujący przedstawia go:

$$4.)\quad C_k = \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-[k-1])}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ k};$$

Podstawiając wartości dla współczynników w Nr. 1.) otrzymamy:

5.) $(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1.2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}x^3 + \ldots$

Kładąc $x = \frac{b}{a}$ i mnożąc przez a^m po obu stronach, będzie

6.) $$(a+b)^m = a^m + \frac{m}{1}a^{m-1}b + \frac{m(m-1)}{1.2}a^{m-2}b^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}a^{m-3}b^3 + \ldots;$$

wzór ten zawiera ogólne prawidło, według którego każdy dwumian a+b do potęgi m podnieść można, zastrzegając, aby m było liczbą całą i dodatną. Zrównanie pod Nr. 6.) przedstawia wzór, jak można dwumian podnieść do potęgi dowolnéj dodatnéj i całkowitéj.

Współczynniki, któreśmy oznaczyli przez $C_1, C_2, C_3, \ldots$ zowią się **współczynnikami dwumiennymi**, najlepiéj oznaczać je przez $(m)_1$, $(m)_2$, ... tak że

7.) $$(m)_k = \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-[k-1])}{1.2.3\ldots k}$$

Wzór pod 6.) można krócéj napisać,

8.) $$(a+b)^m = (m)_0 a^m + (m)_1 a^{m-1}b + (m)_2 a^{m-2}b^2 + \ldots$$

przyczém dla symetryi położono $(m)_0$ zamiast 1.

Za pomocą wzoru 7.) i 8.) można nie tylko rozwinąć $(a+b)^m$, lecz można także oznaczyć i podać każdą pojedyńczą część nie zależną zupełnie od innych. Gdyby n. p. żądano przy $(a+b)^{13}$ podać te dodajniki, w których przychodzi b^5, to będzie

$$(13)_5 a^8b^5 = \frac{13.12.11.10.9}{1.2.3.4.5} a^8b^5 = 1287\, a^8b^5$$

Ponieważ dogodnie czasem jest mieć pod ręką tablicę współczynników dwumianu, zatem podam sposób, jak ją sobie można łatwo sporządzić. Ze zrównania

$$(1+x)^m = (m)_0 + (m)_1 x + (m)_2 x^2 + (m)_3 x^3 + \ldots$$

otrzymamy mnożąc przez 1+x

$$(1+x)^{m+1} = (m)_0 + [(m)_0 + (m)_1]x + [(m)_1 + (m)_2]x^2 + [(m)_2 + (m)_3]x^3 + \ldots$$

tož samo otrzymamy jeszcze kładąc w poprzedzające zrównanie zamiast m, (m+1)

$$(1+x)^{m+1}=(m+1)_0+(m+1)_1x+(m+1)_2x^2+(m+1)_3x^3+\ldots,$$

nakoniec otrzymamy porównywając obie wartości na $(1+x)^{m+1}$

$$(m)_0=(m+1)_0, (m)_0+(m)_1=(m+1)_1, (m)_1+(m)_2=(m+1)_2,$$

$$(m)_2+(m)_3=(m+1)_3 \text{ i t. d.}$$

Pierwsze zrównanie nic nam nowego nie przedstawia, tymczasem w następnych czytamy, kładąc ogólniéj

9.) $(m)_{k-1}+(m)_k=(m+1)_k$,

że suma dwóch obok stojących współczynników dwumianu daje znowu współczynnik dwumienny należący do następnie wyższego wykładnika. Wychodząc od wartości $(1)_0=1$ i $(1)_1=1$, utworzy się łatwo przez dodawanie co dwóch w poziomym szeregu stojących liczb następująca tablica współczynników dwumiennych.

m	$(m)_0$	$(m)_1$	$(m)_2$	$(m)_3$	$(m)_4$	$(m)_5$	$(m)_6$	(m_7)	$(m)_8$
1	1	1							
2	1	2	1						
3	1	3	3	1					
4	1	4	6	4	1				
5	1	5	10	10	5	1			
6	1	6	15	20	15	6	1		
7	1	7	21	35	35	21	7	1	
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

i t. d.

Podstawiając we wzorze 8.) raz $a=1$, $b=z$, drugi raz $a=z$, $b=1$, otrzymamy po lewéj stronie wyrażenia te same, a zatem i prawe będę sobie równe,

t. j. $(m)_0+(m)_1 z+(m)_2 z^2+\ldots(m)_{m-2} z^{m-2}+(m)_{m-1} z^{m-1}$
$+(m)_m z^m=(m)_0 z^m+(m)_1 z^{m-1}+(m)_2 z^{m-2}+\ldots$
$\ldots+(m)_{m-2} z^2+(m)_{m-1} z+(m)_m.$

Porównywając współczynniki równoimiennych potęg z otrzymamy

$$(m)_0=(m)_m,\ (m)_1=(m)_{m-1},\ (m)_2=(m)_{m-2},\ \ldots$$

w ogóle

10.) $$(m)_k=(m)_{m-k};$$

współczynniki dwumienne równo stojące od początku i końca są obie równe. Ponieważ w każdym przypadku ilość współczynników dwumiennych $= m+1$, przeto wypływa, że gdy m jest parzyste, współczynnik dwumienny raz tylko w środku przychodzić będzie, przeciwnie zaś, gdy m jest nie parzyste, wszystkie współczynniki przychodzą po dwa razy.

Zrównanie pod 5.) daje, kładąc $x=+1$

11.) $$2^m=(m)_0+(m)_1+(m)_2+(m)_3+\ldots,$$

przeciwnie zaś dla $x=-1$

12.) $$0=(m)_0-(m)_1+(m)_2-(m)_3+\ldots;$$

Wzory te można łatwo słowami wyrazić i zapomocą tablic sprawdzić.

Zbieżność szeregu ogólnego dwumiennego.

Rozwiązawszy wzór $(1+x)^p$ gdzie p jest całkowitą dodatną liczbą, zwróćmy się do ogólniejszego pytania, czy nie ma podobnego rozwiązania, gdy p jest jaką bądź liczbą? Uważajmyż na szereg

1.) $$1+\frac{p}{1}x+\frac{p(p-1)}{1.2}x^2+\frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}x^3+\ldots$$

którego chcielibyśmy wynaleść sumę.

Jeżeli p nie jest liczbą całą i dodatną, szereg wymieniony idzie w nieskończoność, a o sumowaniu jego nie można nic pierwéj mówić, dopokąd zbieżność tegoż nie będzie pewną; dla tego potrzeba badać warunki, pod jakimi jest szereg pod 1.) zbieżny lub pod 2.) rozbieżny.

Oznaczmy dla krótkości współczynniki x, x^2, x^3 i t. d. znów przez $(p)_1$, $(p)_2$, $(p)_3$ i t. d. otrzymamy dla nieskończenie rosnącego n

$$\lim \frac{(p)_n + x^{n+1}}{(p)_n\, x^n} = \lim\left(\frac{p-n}{n+1}x\right) = \lim\left(-x + \frac{p+1}{n+1}x\right) = -x,$$

Szereg pod 1.) jest zbieżny lub rozbieżny, według tego czy wartość dla —x jest mniejszą lub większą od jedności; wyłączając zaraz przypadek $x^2 > 1$, a że dla $x^2 < 1$ szereg jest zbieżny, przeto przypatrzmy się przypadkom gdzie $x = +1$ i $x = -1$.

Przy pierwszem przypuszczeniu gdzie $x = +1$ rozróżniamy dwa przypadki dodatnego i ujemnego p, gdzie l mogłoby być wartością na p. Dla $p = +l$ otrzymujemy szereg:

$$2) \qquad 1 + \frac{l}{1} + \frac{l(l-1)}{1 \cdot 2} + \frac{l(l-1)(l-2)}{1 \cdot 1 \cdot 3} + \ldots$$

a że l nie jest liczbą całą, przeto leży między dwoma liczbami całkowitemi i dodatnemi k 1 i k; szereg ten można zatem i tak przedstawić

$$1 + \frac{l}{1} + \frac{l(l-1)}{1 \cdot 2} + \ldots \frac{l(l-1)\ldots(l-[k-1])}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots k}$$
$$- \frac{l(l-1)\ldots(l-[k-1])(k-l)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots k\,(k+1)}$$
$$+ \frac{l(l-1)\ldots(l-[k-1])(k-l)(k+1-l)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots k\,(k+1)(k+2)}$$
$$- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$= 1 + (l)_1 + (l)_2 + \ldots + (l)_{k-1}$$
$$+ (l)_k\left(1 - \frac{k-l}{k+1} + \frac{(k-l)(k-l+1)}{(k+1)(k+2)} - \frac{(k-l)(k-l+1)(k-l+2)}{(k+1)(k+2)(k+3)} + \ldots\right);$$

widzimy, że szereg ten rozpada się na dwie części, z których

pierwsza przedstawia szereg skończony o k wyrazach, druga zaś szereg nieskończony ze znakami przemiennymi. Szereg ostatni jest zbieżnym bezwarunkowo, jeżeli szereg wartości absolutnych,

$$1+\frac{k-l}{k+1}+\frac{(k-l)(k-l+1)}{(k+1)(k+2)}+\frac{(k-l)(k-l+1)(k-l+2)}{(k+1)(k+2)(k+3)}+\ldots$$

jest zbieżnym, co jest w istocie, a zatem i szereg 2) dla każdego skończonego l jest zbieżnym.

Jeżeli powtóre (zastrzegając $x=+1$), $p=-l$ szereg pod 1) przechodzi na następujący

$$3)\quad 1-\frac{l}{1}+\frac{l(l+1)}{1\cdot 2}-\frac{l(l+1)(l+2)}{1\cdot 2\cdot 3}+\ldots.$$

który tylko dla $l<1$ jest zbieżnym, gdyż dla $l=1$ wyrazy będą sobie równe, a dla $l>1$ utworzy się szereg wzrastający. Jeżeli $l<1$ to

$$1>\frac{l+n}{n+1}$$

$$\frac{l(l+1)\ldots(l+n-1)}{1.2\ldots n}>\frac{l(l+1)\ldots(l+n-1)(l+n)}{1.2\ldots\ldots n(n+1)},$$

i t. d.

przeto każdy wyraz szeregu jest większy od następującego; do zbieżności należy jeszcze, by dla $n=\infty$.

$$\lim \frac{l(l+1)(l+2)\ldots\ldots(l+n-1)}{1.2\ldots\ldots n}=0$$

W drugim przypadku głównym, $l=-1$ rozróżniamy p dodatne lub ujemne. Dla $p=+l$ będzie

$$4)\quad 1-\frac{l}{1}+\frac{l(l-1)}{1\cdot 2}-\frac{l(l-1)(l-2)}{1.2.3}+\ldots.$$

Szereg ten można tak jak szereg 2.) pod założeniem, że l leży między $k-1$ i k, rozłożyć na

$$1-(l)_1+(l)_2-\ldots\pm(l)_{k-1}$$

$$\mp(l)_k\left(1+\frac{k-l}{k+1}+\frac{(k-l)(k-l+1)}{(k+1)(k+2)}+\frac{(k-l)(k-l+1)(k-l+2)}{(k+1)(k+2)(k+3)}+\ldots\right).$$

Jak już w przypadku gdzie $x=+1, p=-l$, powiedziało się, jest ostatni szereg dla każdego skończonego l zbieżnym, jako też i szereg pod 4.)

Nakoniec kładąc $x=-1, p=-l$ otrzymamy szereg

$$5) \quad 1+\frac{l}{1}+\frac{l(l+1)}{1.2}+\frac{l(l+1)(l+2)}{1.2.3}+\ldots\ldots$$

który dla każdego $l>0$ jest rozbieżnym.

Zestawiając wszystkie wypadki zbieżności i rozbieżności przychodzimy do zdania następującego:

Szereg nieskończony

$$1+\frac{p}{1}x+\frac{p(p-1)}{1.2}x^2+\frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}x^3+\ldots\ldots$$

jest zbieżnym dla każdego skończonego p, jeżeli wartość na x jest mniejsza od jedności; jeżeli zaś $x=+1$, to p leży między -1, a $+\infty$, dla $x=-1$ jest p dodatne, jeżeli szereg ma być zbieżny.

Jeżeli przypuścimy, że poprzedni szereg jest zbieżny, przeto można uważać sumę jego za nieznajomą funkcyą zmiennego p, a dlatego można ją wyrazić przez $f(p)$; zarazem dla krótkości zamiast

$$(p)_k=\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-[k-1])}{1.2.3\ldots k}$$

położmy

$$6).\quad f(p)=(p)_0+(p)_1x+(p)_2x^2+(p)_3x^3+\ldots\ldots$$

Dla całego i dodatnego p suma szeregu będzie $f(p)=(1+x)^p$; pytanie zachodzi, czy można przypadek, w którym by p było ujemną lub ułamkową ilością, zastósować do wyżej określonego. Do tego posłuży: Odpowiednio zrównaniu 6). otrzymamy kładąc za p raz a, drugi raz b,

$$f(a)=(a)_0+(a)_1x+(a)_2x^2+(a)_3x^3+\ldots\ldots$$
$$f(b)=(b)_0+(b)_1x+(b)_2x^2+(b)_3x^3+\ldots\ldots$$

przypuszczając, że oba te szeregi są zbieżne, przeto mnożąc, otrzymamy:

$$7.)\quad f(a)\cdot f(b)=c_0+c_1x+c_2x^2+c_3x^3+\ldots\ldots$$

gdzie współczynniki $c_0, c_1, c_2 \ldots\ldots$ z następujących zrównań otrzymamy!

$$c_0 = (a)_0(b)_0,$$
$$c_1 = (a)_0(b)_1 + (a)_1(b)_0,$$
$$c_2 = (a)_0(b)_2 + (a)_1(b)_1 + (a)_2(b)_0,$$
$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

t. j. ogólnie

8.) $$c_n = (a)_0(b)_n + (a)_1(b)_{n-1} + (a)_2(b)_{n-2} + \ldots\ldots$$
$$\ldots + (a)_{n-2}(b)_2 + (a)_{n-1}(b)_1 + a_n(b)_0$$

i także

9.) $$c_{n+1} = (a)_0(b)_{n+1} + (a)_1(b)_n + (a)_2(b)_{n-1} + \ldots$$
$$\ldots + (a)_{n-1}(b)_2 + (a)_n(b)_1 + (a)_{n+1}(b)_0.$$

Ażeby c_n wyrazić krócej napiszmy następujące zrównania identyczne:

$$\frac{a+b-n}{n+1} = \frac{a}{n+1} + \frac{b-n}{n+1},$$
$$= \frac{a-1}{n+1} + \frac{b-(n-1)}{n+1},$$
$$= \frac{a-2}{n+1} + \frac{b-(n-2)}{n+1},$$
$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$
$$= \frac{a-(n-2)}{n+1} + \frac{b-2}{n+1},$$
$$= \frac{a-(n-1)}{n+1} - \frac{b-1}{n+1},$$
$$= \frac{a-n}{n+1} + \frac{b}{n+1};$$

pomnóżmy zrównanie 8). przez to otrzymamy

$$\frac{a+b-n}{n+1} c_n = \frac{a}{n+1}(a)_0(b)_n + \frac{b-n}{n-1}(a)_0(b)_n$$
$$+ \frac{a-1}{n+1}(a)_1(b)_{n-1} + \frac{b-(n-1)}{n+1}(a)_1(b)_{n-1}$$
$$+ \frac{a-2}{n+1}(a)_2(b)_{n-2} + \frac{b-(n-2)}{n+1}(a)_2(b)_{n-2}$$
$$+ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$
$$+ \frac{a-(n-1)}{n+1}(a)_{n-1}(b)_1 + \frac{b-1}{n+1}(a)_{n-1}(b)_1$$

$$+\frac{a-n}{n+1}(a)_n(b)_0+\frac{b}{n+1}(a)_n(b)_0$$

Lecz $\frac{p-k}{k+1}(p)_k=(p)_{k+1}$ lub $(p-k)(p)_k=(k+1)(p)_{k+1}$;

wzór ten można zastósować do każdego z poprzednich dodajników, mianowicie w pierwszym szeregu prostopadłym za $p=a$, $k=0, 1, 2, \ldots n$, w drugim szeregu za $p=b$, $k=n, n-1, \ldots 1, 0$; otrzymamy

$$\begin{aligned}\frac{a+b-n}{n+1}c_n &= \frac{1}{n+1}(a)_1(b)_n+(a)_0(b)_{n+1}\\ &+\frac{2}{n+1}(a)_2(b)_{n-1}+\frac{n}{n+1}(a)_1(b)_n\\ &+\frac{3}{n+1}(a)_3(b)_{n-2}+\frac{n-1}{n+1}(a)_2(b)_{n-1}\\ &+\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &+\frac{n}{n+1}(a)_n(b)_1+\frac{2}{n+1}(a)_{n-1}(b)_2\\ &+\quad(a)_{n+1}(b)_0+\frac{1}{n+1}(a)_n(b)_1\end{aligned}$$

a przez złączenie równorodnych dodajników w kierunku przekątni

$$\frac{a+b-n}{n+1}c_n$$

$$=(a)_0(b)_{n+1}+(a)_1(b)_n+(a)_2(b)_{n-1}+\ldots+(a)_n(b)_1+(a)_{n+1}(b)_0$$

Prawa strona jest według wzoru 9.) identyczną z c_{n+1} a przeto przy odwrotnym porządku

$$c_{n+1}=c_n\frac{a+b-n}{n+1}.$$

Pierwszego współczynnika znamy $c_0=(a)_0(b)_0=1$, przeto zrównanie to można zużytkować, ażeby według porządku c_1, c_2, c_3, oznaczyć, kładąc $n=0, 1, 2, \ldots$, otrzymamy

$$c_1=c_0\frac{a+b}{1}=\frac{a+b}{1},$$

$$c_2=c_1\frac{a+b-1}{2}=\frac{(a+b)(a+b-1)}{1.2.},$$

$$c_3 = c_2\frac{a+b-2}{3} = \frac{(a+b)(a+b-1)(a+b-2)}{1.2.3}$$

i t. d.

Podstawiając wartości współczynników w zrównaniu 7.) otrzymamy:

$$f(a).f(b) = 1 + \frac{a+b}{1}x + \frac{(a+b)(a+b-1)}{1.2.}x^2 + \frac{(a+b)(a+b-1)(a+b-2)}{1.2.3}x^3 + \dots;$$

strona prawa jak widzimy, jest według tego samego prawidła utworzona jak dla f(p), jeżeli zamiast a+b położymy p, przeto

$$10). \qquad f(a).f(b) = f(a+b)$$

Zanim okaże się, jak można z tej własności funkcyi f, wzór tej ostatniej oznaczyć zastanówmy się nad sumą szukaną szeregu. Ponieważ suma każdego szeregu potęgowanego wewnątrz granic zbieżności przedstawia ciągłą funkcyą owej zmiennej, według któréj potęgi szeregu postępują, zatem suma szeregu

$$1 + \frac{p}{1}x + \frac{p(p-1)}{1.2}x^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}x^3 + \dots\dots$$

jest funkcyą ciągłą x, jak długo szereg jest zbieżnym np. dla p, gdy x leży między —1 i +1. Ażeby powtóre rozstrzygnąć, czy rzeczona suma jest ciągłą funkcyą p, przyjmijmy w zrównanie 10), $a = p - e$, $b = d + e$, a otrzymamy:

$$f(p-e).f(d+e) = f(p+d),$$

lub odwrotnie,

$$\frac{f(p+d)}{f(p-e)} = f(d+e) = 1 + (d+e)x\left(1 + \frac{d+e-1}{2}x + \dots\right)$$

Szereg między nawiasami jest zbieżny, jeżeli d+e i x mają te same warunki, jakie przedtem miało p i x: z tego następuje, jeżeli co raz więcéj d i e do zera się zbliża

$$\lim\frac{f(p+d)}{f(p-e)} = 1,$$

a zatem $f(p)$ zmienia się ustawicznie, dopóki szereg zbiega.

Prawidła te prowadzą do tego wypadku, że suma szeregów tu wymienionych wewnątrz przejścia zbieżności jest ciągłą funkcyą x i p.

Powróćmy do zrównania 10.) i weźmy najprzód a=b=p otrzymamy

$$(f(p))^2=f(2p)$$ i

zrównanie to pomnóżmy przez funkcyą $f(p)$ i zastósujmy wzór pod 10). zamiast a=2p, b=p; będzie

$$(f(p))^3=f(3p).$$

Takim samym sposobem przyjdziemy przez mnożenie do

$$(f(p))^4=f(4p);$$

postępując ciągle tak otrzymamy w ogóle dla każdego całego i dodatniego k

$$(f(p))^k=f(kp).$$

Jeżeli p jest ułamkiem dodatnym $=\frac{s}{q}$, gdzie s i q są liczbami całemi i dodatnemi, przeto możemy przyjąć dowolną całą i dodatną liczbę k równą mianownikowi i będzie

$$\left(f\left(\frac{s}{q}\right)\right)^q=f(s);$$

ponieważ s jest liczbą całkowitą i dodatną, przeto wartość $f(s)$ jest znaną, a mianowicie $=(1+x)^s$, przeto

$$\left(f\left(\frac{s}{q}\right)\right)^q=(1+x)^s \text{ lub } f\left(\frac{s}{q}\right)=(1+x)^{\frac{s}{q}}.$$

Pytanie, który z możebnych wartości $(1+x)^{\frac{s}{q}}=\sqrt[q]{(1+x)^s}$ ma tu miejsce, rozstrzyga uwaga, że funkcya $f(p)$, według definicyi jéj w Nr. 6.) dla x=o musi otrzymać ważność odrębną 1; potrzeba przeto $(1+x)^{\frac{s}{q}}$ wziąć w absolutnem znaczeniu.

Ponieważ każda rzetelna dodatna liczba l musi być albo liczbą całą lub ułamkiem, przeto można oba zrównania

$$f(m)=(1+x)^m \text{ i } f\left(\frac{s}{q}\right)=(1+x)^{\frac{s}{q}}$$

razem wziąć i orzec: dla każdego dodatnego i rzetelnego l jest $$f(l)=(1-x)^l.$$

Ażeby zaś zrównanie to zastósować do dodatnych liczb urojonych, wystarczy uwaga, że nierzetelne p można wyrazić wartościami rzetelnemi ułamkowemi (ułamkami dziesiętnymi) t. j. różnicę między p i l można dowolnie małą uczynić. Z N^ru 10.) wypływa dla $a=l$. $b=p-l$,

$$f(p)=f(l).f(p-l)$$

$$=(1+x)^l\left(1+\frac{p-l}{1}x+\frac{(p-l)(p-l-1)}{1.2}x^2+\ldots\right)$$

lub krótko

$$f(p)=(1+x)^l\,[1+(p-l)xS],$$

gdzie S oznacza sumę szeregu zbieżnego, a zatem ilość skończoną; ponieważ różnica $p-l$ jest mniéjszą od każdéj tak małéj liczby, przeto zbliża się wartość l do granicy p, czynnik $1+(p-l)S$ do granicy 1, a strona prawa do granicy $(1+x)^p$.

Można przeto dla każdego dodatniego p

11.) $f(p)=(1+x)^p$.

Ze zrównania pod Nr. 10.) wypływa następnie kładąc $a=p$, $b=-p$

$$f(-p)=\frac{f(o)}{f(p)}=\frac{1}{(1+x)^p}=(1+x)^{-p},$$

przeto wzór pod 11.) stosuje się i do ujemnego p. Zebrawszy razem tu okazane prawdy, orzekamy: Przy całkowitem dodatnem p jest wzór

12.) $$(1+x)^p$$

$$=1+\frac{p}{1}x+\frac{p(p-1)}{1.2}x^2+\frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}x^3+\ldots\ldots$$

dla rzetelnego x; jeżeli p nie jest całkowite i dodatne, to w ogóle x leży między -1, a $+1$. Dla $x=+1$ jest zrównanie tylko pod warunkiem, że $-1<p<+\infty$, prawdziwem, a w przypadku, że $x=-1$ może mieć p tylko ważności dodatne. Z powodu zastósowania częstego weźmy kilka szczególnych przypadków wzoru pod Nr. 12.)

Dla $p=-2$ będzie:

$$\frac{1}{(1+x)^2}=1-2x+3x^2-4x^3+\ldots,$$

$$-1<x<+1;$$

dla $p = -\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \tfrac{1}{2}x + \frac{1.3}{2.4}x^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6}x^3 + \ldots\ldots$$
$$-1 < x < +1;$$

dla $p = +\frac{1}{2}$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \tfrac{x}{2} - \frac{1.x^2}{2.4} + \frac{1.3.x^3}{2.4.6} - \ldots\ldots$$
$$-1 \leqq x \leqq +1;$$

z ostatniego zrównania otrzymamy jeszcze

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{2}} = \tfrac{1}{2}(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})$$
$$= \frac{x}{2} + \frac{1.3.x^3}{2.4.6} + \frac{1.3.5.7x^5}{2.4.6.8.10} + \ldots\ldots\ldots$$
$$-1 \leqq x \leqq +1$$

Jeżeli mamy rozwinąć p ^{tą} potęgę dwudzielnéj ilości, natenczas przez *a* wyrażamy owę część, która ma większą wartość bezwzględną, biorąc w Nr. 12.) $x = \frac{b}{a}$ i mnożąc po obu stronach przez a^p, powstały wzór

$$13.)\quad (a+b)^p = a^p + \tfrac{p}{1}a^{p-1}b + \frac{p(p-1)}{1.2}a^{p-2}b^2$$
$$+ \frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}a^{p-3}b^3 + \ldots.$$

zowie się ogólnym wzorem dwumianu.

Reszta szeregu dwumiennego. Zastósowanie.

Jak poprzednio, tak i tu rozłóżmy szereg dwumienny na dwie części, z których pierwsza z k początkowych wyrazów się składa, druga zaś resztę wyrazów zawiera; kładziemy więc

$$1.)\quad (1+x)^p = (p)_0 + (p)_1 x + (p)_2 x^2 + (p)_3 x^3 + \ldots\ldots$$
$$\ldots. + (p)_{k-1} x^{k-1} + R_k,$$

gdzie R_k jest resztą szeregu, mianowicie

$$2.)\quad R_k = (p)_k x^k \left(1 + \frac{p-k}{k+1}x + \frac{(p-k)(p-k-1)}{(k+1)(k+2)}x^2 + \ldots\right)$$

Rozróżniamy następujące przypadki:

a) Niech będzie p liczbą całą dodatną $= m$. Rozumie się, że w tenczas $k < m$ i jeżeli równocześnie przyjmiemy x za dodatne, suma szeregu

$$1 + \frac{m-k}{k+1}x + \frac{(m-k)(m-k-1)}{(k+1)(k+2)}x^2 + \ldots.$$

wynosi więcéj niż zero, lecz mniéj jak

$$1 + \frac{m}{k}x + \frac{m^2}{k^2}x^2 + \frac{m^3}{k^3}x^3 + \ldots.;$$

szereg ten tworzy postęp geometryczny, którego ostatni wyraz jest $(\frac{m}{k}x)^{m-k}$, suma zaś

$$\frac{1-(\frac{mx}{k})^{m-k+1}}{1-\frac{mx}{k}}$$

Reszta R_k leży więc między zerem a

$$(p)_k x^k \frac{1-(\frac{mx}{k})^{m-k+1}}{1-\frac{mx}{k}}$$

lub, jeżeli r oznacza nieznany dodatny ułamek właściwy, będzie

$$4.)\quad R_k = r\,(p)_k x^k \frac{1-(\frac{mx}{k})^{m-k+1}}{1-\frac{mx}{k}}, \qquad 0 < r < 1.$$

Mało co się zmienia, jeżeli x jest ujemne.

Oznaczmy wartość jakiejś liczby z przez [z], suma szeregu pod 3). leży między

$$-\left(1+\left[\frac{m}{k}x\right]+\left[\frac{m}{k}x\right]^2+\ldots.\right) \quad \text{a}$$

$$+\left(1+\left[\frac{m}{k}x\right]+\left[\frac{m}{k}x\right]^2+\ldots.\right);$$

z tego widzimy łatwo, że R_k można następnie wyrazić,

$$5)\qquad R_k = r(p)_k\, x^k \frac{1-\left[\frac{mx}{k}\right]^{m-k+1}}{1-\left[\frac{mx}{k}\right]}, -1<r+1$$

Wzory pod 4) i 5) można razem ściągnąć otrzymamy wzór zgadzający się z ostatnim; trzeba przytem tylko na to uważać, że przy dodatnem x także i r musi być dodatne.

W szczególnym przypadku, gdzie $\frac{m\,x}{k}$ jest ułamkiem właściwym, będzie

$$1-\left[\frac{mx}{k}\right]^{m-k+1}<1;$$

mnożąc licznika przez r otrzymujemy mniejszy ułamek właściwy, który przez r^1 oznaczmy, a otrzymamy

$$6)\qquad R_k = \frac{r^1(m)_k\, x^k}{1-\left[\frac{mx}{k}\right]},$$

$$-1<r<+1,\ 0<mx<k.$$

I tutaj odpowiada dodatnemu x, także r dodatne.

Za przykład niech nam posłuży zadanie, nie mając większych tablic logarytmicznych, obrachować wartość

$$(10000000007)^{1000000}$$

w 10 miejscach dziesiętnych. Tu będzie

$$x = \frac{7}{10^{10}},\quad m = 10^6,\ mx = \frac{7}{10^4} < 1$$

$$R_1 = r^1.\,0{,}0007\ \ldots.,\quad R_2 = r^1.0{,}000000245\ldots,$$

$$R_3 = r^1.0{,}000000000057\ldots$$

z czego widzimy, że do żądanéj dokładności potrzeba przyjąć, że k= najmniej 3, a otrzymujemy

$$(10000000007)^{1000000} = 1{,}00070024505\ \ldots.$$

b) Niech będzie powtóre p dodatne lecz nie całkowite; szereg dwumienny idzie wtenczas do nieskończoności i staje się zbieżnym dla $-1 \leqq x \leqq +1$.

Toż samo ma się ze szeregiem pod Nr. 2; bierzemy

wtedy dowolną całą dodatną liczbę $k > p$ i odróżniamy przypadki dodatnego i ujemnego x, mianowicie $x = +t$ i $x = -t$.

W pierwszym przypadku będzie

$$7). \quad 1 - \frac{k-p}{k+1} t + \frac{(k-p)(k-p+1)}{(k+1)\ (k+2)} t^2 - \ldots\ldots,$$

w drugim zaś

$$8). \quad 1 + \frac{k-p}{k+1} t + \frac{(k-p)(k-p+1)}{(k+1)\ (k+2)} t^2 + \ldots\ldots$$

Ponieważ czynniki

$$\frac{k-p}{k+1},\ \frac{k-p+1}{k+2},\ \frac{k-p+2}{k+3},\ \ldots\ldots,$$

są po większéj części ułamkami dodatnemi i właściwymi, a t jednostki przekroczyć nie może, w szeregach 7). i 8). jest każdy wyraz większy od następującego; suma więc szeregu 7) leży między 1 i $1 - \frac{k-p}{k+1} t$ (co jest także dodatnym ułamkiem właściwym). Ażeby dla szeregu 7). i 8). otrzymać wspólne wyrażenie, przypomnijmy sobie, że suma pierwszego szeregu mniejszą jest od sumy drugiego, a ostatniego znowu mniejszą od

$$1 + \frac{k-p}{k+1} t + \left[\frac{k-p}{k+1} t\right]^2 + \left[\frac{k-p}{k+1} t\right]^3 + \ldots\ldots$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{k-p}{k+1} t} = \frac{1}{1 - \frac{k-p}{k+1}(x)},$$

gdzie (x) wartość ogólną x oznacza. Jeżeli pod r rozumiemy ułamek właściwy dodatny ale nie oznaczalny bliżej, natenczas sumę szeregów 7). i 8). możemy pod formą

$$r \frac{1}{1 - \frac{k-p}{k+1}(x)}$$

wyrazić, a dla reszty otrzymamy wyrażenie

$$9). \quad R_k = \frac{r(p)_k x^k}{1 - \frac{k-p}{k+1}(x)}, k > p, 1 > r > 0,$$

c) Niech będzie po trzecie p ujemne $= -l$; szereg Nr. 2. z dodatnem x zamieni się na następny

$$10).\quad 1 - \frac{k+l}{k+1} t + \frac{(k+l)(k+l+1)}{(k+1)(k+2)} t^2 - \ldots\ldots$$

z ujemnem x będzie

$$11).\quad 1 + \frac{k+l}{k+1} t + \frac{(k+l)(k+l+1)}{(k+1)(k+2)} t^2 + \ldots\ldots$$

Wyraz $\frac{k+l}{k+1}$ t przy nieskończenie rosnącem k zbliża się do granicy t, przyjąwszy $t<1$, będzie k tak wielkie, że cały iloczyn będzie mniejszy od jednostki, w rzeczy samej potrzeba tylko wybrać

$$13).\quad k > \frac{l\,t-1}{1-t} \text{ t. j. } k > \frac{(px)-1}{1-(x)}.$$

Szeregi 10). i 11). mają wyrazy malejące, lecz sumy dodatne i mniejsze od

$$13).\quad 1 + \frac{k+l}{k+1} t + \left[\frac{k+l}{k+1} t\right]^2 + \left[\frac{k+l}{k+1} t\right]^3 + \ldots\ldots$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{k+l}{k+1} t} = \frac{1}{1 - \frac{k-p}{k+1}(x)},$$

a zatem sumę szeregów 10). i 11). można przedstawić w kształcie

$$14).\quad r\frac{1}{1 - \frac{k-p}{k+1}(x)}$$

gdzie r oznacza ułamek dodatny właściwy bliżej nie oznaczony. Ostateczny wniosek doznaje wyjątku, gdy $t=1$, gdyż warunek pod 12). jest niemożebny do wykonania. Szereg dwumienny ale jest zbieżnym przy ujemnem $p=-l$ tylko wtenczas, gdy $x=+1$ i $-1<p$, lub $l<1$ natedy będą wyrażenia

$$\frac{k+l}{k+1},\ \frac{k+l+1}{k+2},\ \frac{k+l+2}{k+3},\ \ldots\ldots$$

ułamkami właściwymi, w szeregu 10.) jest każdy wyraz większy od następnego, a zatem suma <1 a przeto mniejszą także

od przytoczonego szeregu pod 13.) dla $t=1$. Wyraz zaś 14.) dla $x=+1$ możebny, a reszta będzie

$$R_k = \frac{r(p)_k x^k}{1 - \frac{k-p}{k+1}(x)},\ k > \frac{(px)-1}{1-(x)},\ 1 > r > 0.$$

Zebrawszy wypadki możemy twierdzić: Dla nie całego dodatnego p ma reszta szeregu dwumiennego następujący oglóny kształt:

$$15.)\quad R_k = \frac{r(p)_k x^k}{1 + \frac{p-k}{k+1}(x)},\quad 0 < r < 1$$

mianowicie potrzeba wziąść $k > p$, jeżeli p jest dodatne, przeciwnie zaś, jeżeli p jest ujemne $k > \frac{(px)-1}{1-(x)}$; w przypadku $x=+1$, $p > -1$ jest k dowolne.

Jeżeli x jest dodatne można resztę jeszcze pojedyńczéj wyrazić. Jeżli w Nr. 7.) $k > p$, a w Nr. 10.) $k > \frac{l\,t-1}{1-t}$: którykolwiek wyraz jest większy od następnego z przemiennymi znakami. Suma szeregu 7.) leży między

$$1 \text{ a } 1 - \frac{k-p}{k+1} t,$$

jest ułamkiem właściwym, dodatnym, który nazwijmy przez r; taż sama uwaga tyczy się szeregu pod 10.), dla tego w obu przypadkach mamy wzór pojedyńczy

$$R_k = r(p)_k x^k,\quad 0 < r < 1,$$

przyczem k będzie takie samo jak poprzednio. Można także i tak wyrazić: Jeżeli przy dodatnem x szereg dwumienny tak daleko rozwijamy, że zawiera ubywające wyrazy z przemiennymi znakami, reszta wynosi zawsze część ułamkową tego wyrazu z szeregu, jakiby następował po wyrazie, który za ostatni wzięliśmy.

d.) Ze względu na resztę można wzór dwumienny zastosować do wyciągania dowolnie wysokiego stopnia pierwiastków.

Jeżeli n. p. mamy z Z wyciągnąć m^ty^ pierwiastek, rozkładamy Z na takie dwie części a i b, żeby a najbliższą przy Z liczbę wyrażało, którejby m^ty^ pierwiastek był rzetelny; natenczas mielibyśmy

$$\sqrt[m]{Z}=\sqrt[m]{a+b}=\sqrt[m]{a(1+\frac{b}{a})}=\sqrt[m]{a}\,(1+\frac{b}{a})^{\frac{1}{m}},$$

gdzie $(1+\frac{b}{a})^{\frac{1}{m}}$ można według wzoru dwumiennego rozwinąć.

Niech będzie n. p.

$$\sqrt[3]{129}=\sqrt[3]{125+4}=5(1+\frac{4}{125})^{\frac{1}{3}}$$

$$=5\left(1+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{125}-\frac{2}{3.6}\left(\frac{4}{125}\right)^2+\frac{2.5}{3.6.9}\left(\frac{4}{125}\right)^3-\ldots\ldots\right)$$

napisawszy króciéj

$$\sqrt[3]{129}=U_0+U_1-U_2+U_3-U_4+\ldots\ldots$$

będzie

$$U_0+U_1=5+\frac{16}{3.100} \qquad = 5{,}0533333333$$

$$U_2=\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{125}U_1=\frac{32}{3.1000} \qquad = \frac{0{,}0005688889(-)}{5{,}0527644444}$$

$$U_3=\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{125}U_2=\frac{16}{9.100}U_2 \qquad = \frac{0{,}0000101136(+)}{5{,}0527745580}$$

$$U_4=\frac{8}{12}\cdot\frac{4}{125}U_3=\frac{64}{3.1000}U_3 \qquad = \frac{0{,}0000002158(-)}{5{,}0527743422}$$

i t. d.

ponieważ znaki zmieniają się na przemian, przeto szukany pierwiastek leży między dwoma po sobie następującymi wyrazami.

Własności współczynników dwumiennych.

W poprzedzającem było, że suma skończonego szeregu

$$(a)_0(b)_n+(a)_1(b)_{n-1}+(a)_2(b)_{n-2}+\ldots+(a)_{n-1}(b)_1+(a)_n(b)_0$$

była $C_n=\dfrac{(a+b)(a+b-1)(a+b-2)\ldots\ldots(a+b-[n-1])}{1\,.\,2\,.\,3.\ldots\ldots n}$

która jest znowu współczynnikiem dwumiennym. Tę własność współczynnika dwumiennego można tak przedstawić:

$$1.)\quad (a)_0 (b)_n + (a)_1 (b)_{n-1} + (a)_2 (b)_{n-2} + \dots + (a)_n (b)_0 = (a+b)_n$$

i używać do wywodzenia innych związków między współczynnikami dwumiennymi. $(m)_s$ oznacza analogicznie $(\frac{m}{2})_s$ współczynnika x w rozwinięciu $(1+x)^{1/2, m}$ a mianowicie

$$2.)\quad \left(\frac{m}{2}\right)_s = \frac{m(m-2)(m-4)(m-5)(m-6)\dots(m-2s+2)}{2.\ 4.\ 6.\ \dots\ (2s)}$$

a) Niech będzie p ilością, n dodatną liczbą całą a będzie szereg następujący:

$$3.)\quad (p)_0 \left(\frac{p}{2}\right)_n + (p)_2 \left(\frac{p-2}{2}\right)_{n-1} + (p)_4 \left(\frac{p-4}{2}\right)_{n-2} + \dots$$

$$\dots + (p)_{2n-2} \left(\frac{p-2n+2}{2}\right)_1 + (p)_{2n} \left(\frac{p-2n}{2}\right)_0$$

podany z tém żądaniem, by znaleść jego sumę. Jeżeli r oznacza liczbę całą dodatną, to dodajnik którykolwiek ze szeregu będzie kształtu

$$4.)\quad (p)_{2u} \left(\frac{p-2u}{2}\right)_{n-r} =$$

$$= \frac{p(p-1)(p-2)\dots(p-2u+1)}{1.2.3.\ \dots\ (2u)} \cdot \frac{(p-2u)(p-2u-2)\dots(p-2n-2)}{2.4.6.\ \dots\ (2n-2a)}$$

W liczniku tworzą czynniki, w których liczby całe odejmujemy, szereg

$$p,\ p-2,\ p-4\dots p-2u+2 \text{ i } p-2u,\ p-2u-4;\ \dots\ p-2n+2.$$

iloczyn przeto możemy następnie wyrazić:

$$\frac{p(p-2)\dots(p+2n+2)}{1.3\,5\ \dots\ (2u-1)} \cdot \frac{(p-1)(p-3)\dots(p-2u+1)}{2.4.6\dots(2u)} \cdot \frac{1}{2.4.6\dots(2n-2u)}.$$

Połóżmy w liczniku i mianowniku szereg czynników

$$(2r+1)(2u+3)\dots(2n-3)(2n-1)$$

przez to wartość ułamka się nie zmieni, a otrzymamy w mianowniku pierwszego czynnika nieprzerwany szereg liczb nieparzystych od 1 do 2n+1, zatem

$$(p)_{2u}\left[\frac{p-2u}{2}\right]_{n-u}=$$

$$=\frac{p(p-2)\ldots(p-2n+2)}{1.3.5\ldots(2n-1)}\cdot\frac{(p-1)(p-3)\ldots(p-2u+1)}{2.4.6\ldots(2u)}\cdot$$

$$\cdot\frac{(2n-1)(2n-3)\ldots(2u+1)}{3.4.6\ldots.(2n-2u)}$$

Pierwszy z tych czynników jest od r nie zależny, połóżmy dla krótkości

$$5).\qquad \frac{p(p-2)(p-4)\ldots(p-2n+2}{1.3.5\ldots(2n-1)}=K.$$

Czynnik drugi jest niczem innem, jak tylko współczynnikiem dwumiennym $\left[\frac{p-1}{2}\right]$, jak łatwo za pomocą wzoru 2.) zbadamy; napiszmy trzeci czynnik w kształcie

$$\frac{(2n-1)(2n-1-2)\ldots(2n-1-\overline{2n-2u+2}}{2.4.6\ldots(2n-2u)}$$

a spostrzeżemy w nim także współczynnika dwumiennego, mianowicie $\left(\frac{2n-1}{2}\right)_{n-u}$; jest więc

$$6).\qquad (p)_{2u}\left(\frac{p-2u}{2}\right)_{n-u}=K\left(\frac{p-1}{2}\right)_u\left(\frac{2n-1}{2}\right)_{n-u}$$

Podstawiając za r=0, 1, 2, 3,....n i dodając powstałe zrównania, spostrzeżemy, że szereg pod 3). równa się szeregowi:

$$K\left(\left(\frac{p-1}{2}\right)_0\left(\frac{2n-1}{2}\right)_n+\left(\frac{n-1}{2}\right)_1\left(\frac{2n-1}{2}\right)_{n-1}+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+\left(\frac{p-1}{2}\right)_n\left(\frac{2n-1}{2}\right)_0\right).$$

Szereg w nawiasie da się według wzoru pod 1). sumować podstawiając $a=\frac{2n-1}{2}$, $b=\frac{p-1}{2}$, suma ich będzie $(a+b)_n$ lub też

$$\left(\frac{p+2n-2}{2}\right)_n=\frac{(p+2n-2)(p+2n-4)\ldots.(p+2)p}{2.4.6\ldots(2n)}$$

przyłączywszy do tego czynnik K z Nr. 5). znajdziemy że szereg pod 3). równa się wyrażeniu

$$\frac{p(p-2)(p-4)\dots(p-2n-2)}{1.3.5\dots(2n-1)} \cdot \frac{p(p+2)(p+4)\dots(p+2n-2)}{2.4.6\dots(2n)}$$

skąd zrównanie

$$7).\quad (p)_0\left[\frac{p}{2}\right]_n + (p)_2\left[\frac{p-2}{2}\right]_{n-1} + (p)_4\left[\frac{p-4}{2}\right]_{n-2} + \dots$$

$$\dots + (p)_{2n-2}\left[\frac{p-2n+2}{2}\right]_1 + (p)_{2n}\left[\frac{p-2n}{2}\right]_0$$

$$= \frac{p^2(p^2-2^2)(p^2-4^2)\dots(p^2-\overline{2n-2}^2)}{1.2.3.4\dots(2n)}$$

b) Przez podobną przemianę dojdziemy do sumowania szeregu

$$8).\quad (u)_1\left[\frac{p-1}{2}\right]_n + (p)_3\left[\frac{p-3}{2}\right]_{n-1} + \dots$$

$$\dots + (p)_{2n-1}\left[\frac{p-2n+1}{2}\right]_1 + (p)_{2n+1}\left[\frac{p-2n-1}{2}\right]_0.$$

Który bądź z tych dodajników będzie

$$9).\quad (p)_{2n+1}\left[\frac{p-2u-1}{2}\right]_{n-u}$$

$$= \frac{p(p-1)\dots(p-2u)}{1.2.3\dots(2u+1)} \cdot \frac{(p-2u-1)(p-2u-3)\dots(p-2n+1)}{2.4.6\dots(2n-2u)}$$

W liczniku tworzą te czynniki, w których liczby nieparzyste odejmują się, mianowicie

$$p-1,\ p-3,\dots p-2u+1$$

i $$p-2u-1,\ p-2u-3,\dots p-2n+1$$

nieprzerwany szereg, możemy przeto prawą stronę zrównania 9). tak wyrazić

$$\frac{p(p-1)(p-3)\dots(p-2n+1)}{1.3.5\dots(2u+1)} \cdot \frac{(p-2)(p-4)\dots(p-2u)}{2.4.6\dots(2u)} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{2.4.6\dots(2n-2u)}$$

dodając w liczniku i mianowniku szereg czynników

$$(2u+3)(2u+5)\dots(2n-1)(2n+1)$$

otrzymamy zamiast powyższego

$$\frac{p(p-1)(p-3)\dots(p-2n+1)}{1.3.5\dots(2n+1)}\cdot\frac{(p-2)(p-4)\dots(p-2u)}{2.4.6\dots(2u)}\cdot$$

$$\cdot\frac{(2n+1)(2n-1)\dots(2u+3)}{2.4.6\dots(2u-2u)},$$

w którym jest pierwszy czynnik od u niezależny i można go przez K_1 oznaczyć. Napisawszy oba inne czynniki w kształcie

$$\frac{(p-2)(p-2-2)\dots(p-2-2u+2)}{2.4.6\dots 2u}$$

i
$$\frac{(2n+1)(2n+1-2)\dots(2n+1-2n-2u+2)}{2.4.6\dots(2n-2u)}$$

poznamy zaraz współczynnik dwumienny

$$\left(\frac{p-2}{2}\right)_u, \text{ i } \left(\frac{2n+1}{2}\right)_{n-u} \text{ zatem}$$

$$(p)_{2u+1}\left[\frac{p-2u-1}{2}\right]_{n-u}=K\left(\frac{p-2}{2}\right)_u\left(\frac{2n+1}{2}\right)_{n-u}$$

Kładąc $p=0, 1, 2, 3, \dots n$ i dodając wszystkie tak powstałe wyrazy, znajdziemy, że szereg 8). równa się następującemu:

$$K\left(\left(\frac{p-2}{2}\right)_0\left(\frac{2n+1}{2}\right)_n+\left(\frac{p-2}{2}\right)_1\left(\frac{2n+1}{2}\right)_{n-1}+\dots\right.$$

$$\left.\dots+\left(\frac{p-2}{2}\right)_n\left(\frac{2n+1}{2}\right)_0\right)=K\left(\frac{p-2+2n+1}{2}\right)_n$$

Z czego znajdziemy podstawiając wartości za K_1 i rozwijając drugi czynnik

$$10).\qquad (p)_1\left(\frac{p-1}{2}\right)_n+(p)_3\left(\frac{p-3}{2}\right)_{n-1}+\dots$$

$$\dots(p)_{2n-1}\left(\frac{p-2n+1}{2}\right)_1+(p)_{2n+1}\left(\frac{p-2n-1}{2}\right)_0$$

$$=\frac{p(p^2-1^2)(p^2-3^2)\dots(p^2-2n-1^2)}{1.2.3.4\dots(2n+1)}$$

c) Łatwo spostrzedz, że

$$(p)_{2u}\left(\frac{p-2u-1}{2}\right)_{n-u}$$

$$=\frac{(p-1)(p-3)\dots(p-2n+1)}{1.2.3\dots(2n-1)}\left(\frac{p}{2}\right)_u\left(\frac{2n-1}{2}\right)_{n-u}$$

skąd znajdziemy, jeżeli $u=0, 1, 2, 3, \ldots n$ i dodawszy

$$11). \quad (p)_0\left(\frac{p-1}{2}\right)_n+(p)_2\left(\frac{p-3}{2}\right)_{n-1}+(p)_4\left(\frac{p-5}{2}\right)_{n-2}+\ldots$$

$$\ldots+(p)_{2n}\left(\frac{p-2n-1}{2}\right)_0=\frac{(p^2-1^2)(p^2-3^2)\ldots(p^2-\overline{2n-1}^2)}{1.2.3\ldots(2n)}$$

d. Ze zrównania

$$(p)_{2u+1}\left(\frac{p-2u-2}{2}\right)_{n-u}$$

$$=\frac{p(p-2)(p-4)\ldots(p-2n)}{1.3.5\ldots(2n+1)}\left(\frac{p-1}{2}\right)_u\left(\frac{2n+1}{2}\right)_{n-u}$$

otrzymujemy nakoniec dla $r=0, 1, 2, \ldots n$, dodając wszystkie otrzymane wyrazy

$$12.) \quad (p)_1\left(\frac{p-2}{2}\right)_n+(p)_3\left(\frac{p-4}{2}\right)_{n-1}+(p)_5\left(\frac{p-6}{2}\right)_{n-2}+\ldots$$

$$\ldots+(p)_{2n+1}\left(\frac{p-2n-2}{2}\right)_0=\frac{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)\ldots(p^2-\overline{2n}^2)}{1.2.3\ldots(2n+1)}.$$

Ażeby okazać jakiekolwiek zastósowanie poprzednich wzorów, wyjdźmy z następujących zrównań, które dla każdego skończonego Z są dobremi

$$(\sqrt{1+z^2}+z)^p$$

$$=(p)_0(1+z^2)^{1/2 p}+(p)_1(1+z^2)^{1/2(p-1)}z+(p)_2(1+z^2)^{1/2(p-2)}z^2+\ldots;$$

$$(\sqrt{1+z^2}-z)^p$$

$$=(p)_0(1+z^2)^{1/2 p}-(p)_1(1+z^2)^{1/2(p-1)}z+(p)_2(1+z^2)^{1/2(p-2)}z^2-\ldots;$$

Połowa sumy jest

$$13.) \quad \frac{1}{2}\Big((\sqrt{1+z^2}+z)^p+(\sqrt{1+z^2}+z)^p\Big)$$

$$=(p)_0(1+z^2)^{1/2 p}+(p)_2(1+z^2)^{1/2(p-2)}z^2+(p)_4(1+z^2)^{1/2(p-4)}z^4+\ldots$$

połowa różnicy zaś

$$14.) \quad \frac{1}{2}\Big((\sqrt{1+z^2}+z)^p-(\sqrt{1-z^2}-z)^p\Big)$$

$$=(p)_1(1+z^2)^{1/2(p-1)}z+(p)_3(1+z^2)^{1/2(p-3)}z^3+(p)_5(1+z^2)^{1/2(p-5)}z^5+\ldots$$

Jeżeli p uważamy jako liczbę całą dodatną, musimy natenczas rozróżnić parzyste i nieparzyste p, albowiem w pierwszym przypadku będą

$$\frac{1}{2}p, \frac{1}{2}(p-2), \frac{1}{2}(p-4), \frac{1}{2}(p-6), \ldots.$$

całemi liczbami, gdy równocześnie

$$\frac{1}{2}(p-1), \frac{1}{2}(p-3), \frac{1}{2}(p-5), \ldots.$$

są ułamkami; w drugim przypadku ma się odwrotnie.

a.) Z Nr. 13.) następuje przy założeniu, że p. jest parzyste i wykonaniu potęgi z $1+z^2$

$$\frac{1}{2}\Big((\sqrt{1+z^2}+z)^p+(\sqrt{1+z^2}-z)^p\Big)$$

$$=(p)_0\Big((\tfrac{p}{2})_0+(\tfrac{p}{2})_1 z^2+(\tfrac{p}{2})_2 z^4+(\tfrac{p}{2})_3 z^6+\ldots\Big)$$

$$+(p)_2\Big((\tfrac{p-2}{2})_0 z^2+(\tfrac{p-2}{2})_1 z^5+(\tfrac{p\ 3}{2})_2 z^6+\ldots.\Big)$$

$$+(p)_4\Big((\tfrac{p-4}{2})_6 z^4+(\tfrac{p-4}{2})_2 z^6+\ldots\Big)$$

$$+(p)_6\Big((\tfrac{p-6}{2})_0 z^6+\ldots\Big)$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

za co krocéj możemy położyć

$$15.)\quad \frac{1}{2}\Big((\sqrt{1-z_2}+z)^p+(\sqrt{1+z^2}-z)^p\Big)$$

$$=A_0+A_2z^2+A_4z^4+A_6z^6+\ldots..$$

Współczynnik wyrazu z^{2n} jest tutaj, jak z poprzedniego widzimy

$$A_{2n}=(p)_0(\tfrac{p}{2})_n+(p)_2(\tfrac{p-2}{2})_{n-1}+(p)_4(\tfrac{p-4}{2})_{n-2}+\ldots.$$

$$+\ldots.(p)_{2n-2}\Big[\frac{p-2n-2}{2}\Big]+(p)_{2n}\Big[\frac{p-2n}{2}\Big]_0;$$

lub według wzoru 7.)

$$A_{2n}=\frac{p^2(p^2-2^4)(p^2-4^2)\ldots(p^2-\overline{2n-2}^2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4\ \ldots.\ (2n)}$$

Rozwinąwszy A_2, A_4. A_6, i t. d. i uwzględniwszy, że

$$A_0 = (p)_0 \left(\frac{p}{2}\right)_0 = 1$$

otrzymamy z Nr. 15.) wzór dla parzystego p

$$16.)\quad \frac{1}{2}\left((\sqrt{1+z^2}+z)^p + (\sqrt{1+z^2}-z)^p\right)$$

$$= 1 + \frac{p^2}{1.2} z^2 + \frac{p^2(p^2-2^2)}{1.2.3.4} z^4 + \frac{p^2(p^2-2^2)(p^2-4^2)}{1.2.3.4.5.6} z^6 + \ldots$$

Jeżeli p jest nieparzyste natenczas wzorowi 13.) damy następujący kształt

$$\frac{1}{2}\left((\sqrt{1+z^2}+z)^p + (\sqrt{1+z^2}-z)^p\right)$$

$$= \sqrt{1+z^2}\left((p)_0 (1+z^2)^{1/2(p-1)} + (p)_2 (1+z^2)^{1/2(p-3)} z^2 + \ldots\ldots\right)$$

a że tu $1/2(p-1)$, $1/2(p-3)$ i t. d. są liczbami całemi dodatnemi, możemy przeto potęgi $1+z^2$ znowu w skończone szeregi zamienić. Wypadek będzie kształtu

$$17.)\quad \frac{1}{2}\left((\sqrt{1+z^2}+z)^p + (\sqrt{1+z^2}-z)^p\right)$$

$$= \sqrt{1+z^2}(a_0 + a_2 z^2 + a_4 z^4 + \ldots)$$

kładąc $a_0 = 1$

$$a_{2n} = (p)_0 \left[\frac{p-1}{2}\right]_n + (p)_2 \left[\frac{p-3}{2}\right]_{n-1} + (p)_4 \left[\frac{p-5}{2}\right]_{n-2} + \ldots$$

$$\ldots + (p)_{2n} \left[\frac{p-2n-1}{2}\right]_0$$

lub według wzoru 11.)

$$a_{2n} = -\frac{(p^2-1^2)(p^2-3^2)\ldots(p^2-2n1^2)}{1.2.34\ldots(2n)}$$

według 17.) mamy dla nieparzystego p:

$$18.)\quad \frac{1}{2}\left((\sqrt{1+z^2}+z)^p + (\sqrt{1+z^2}-z)^p\right)$$

$$= \sqrt{1+z^2}\left(1 + \frac{p^2-1^2}{1.2} z^2 + \left(\frac{p^2-1^2)(p^2-3^2}{1.2.3.4}\right) z^4 + \ldots\right)$$

Przerabiania, jakie do wzorów 16.) i 18.) prowadziły, mogą dla każdego p istnieć, tylko trzeba uważać przytem, że w tym przypadku wykładniki $1+z^2$ nie są dodatnemi liczbami całemi i że następnie z musi podlegać warunkowi $-1 < z < +1$. Otrzymamy nieskończony podwójny szereg i w końcu dojdziemy do wypadku, że wzór 16.) i 18.) pod zastrzeżeniem, że $z^2 < 1$ dla każdego p jest wystarczającym.

b.) Jeżeli pod p w Nr. 14.) rozumiemy liczbę nieparzystą, a zatem otrzymamy rozwijając potęgi $1+z^2$ następujące zrównanie:

$$19.)\quad \frac{1}{2}\left((\sqrt{1+z^2}+z)^p-(\sqrt{1+z^2}-z)^p\right)$$

$$= B_1 z + B_3 z^3 + B_5 z^5 + \ldots\ldots$$

a mianowicie współczynnik z^{2n+1} jest

$$B_{2n+1} = (p)_1 \left[\frac{p-1}{2}\right] + (p)^3 \left[\frac{p-3}{2}\right]_{n-1} + \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + (p)_{2n+1} \left[\frac{p-2n-1}{2}\right]_0$$

lub też według wzoru 10).

$$B_{2n+1} = \frac{p(p^2-1^2)(p^2-3^2)\ldots(p^2-\overline{2n-1}^2)}{1.2.3.4\ldots(2n+1)}$$

Przeto ze względu na 19). dla nieparzystego p:

$$20).\quad \left((\sqrt{1+Z^2}+Z)^p-(\sqrt{1+Z^2}-Z)^p\right)$$

$$= \frac{p}{1} Z + \frac{p(p^2-1^2)}{1.2.3} Z^3 + \frac{p(p^2-1^2)(p^2-3^2)}{1.2.3.5} Z^5 + \ldots\ldots$$

Jeżeli p jest parzyste napiszmy zamiast 14).

$$\frac{1}{2}\left((\sqrt{1+Z^2}+Z)^p-(\sqrt{1+Z^2}-Z)^p\right)$$

$$= \sqrt{1+Z^2}\left((p)_1(1+Z^2)^{\frac{1}{2}(p-2)}Z+(p)_3(1+Z^2)^{\frac{1}{2}(p-4)}Z^3+\ldots\right)$$

i otrzymamy rozwijając potęgi $1+Z^2$

$$21).\quad \frac{1}{2}\left((\sqrt{1+Z^2}+Z)^p-(\sqrt{1+Z^2}-Z)^p\right)$$

$$=\sqrt{1+Z^2}(b_1 Z+b_3 Z^3+b_5 Z^5+\ldots);$$

tu jest

$$b_{2n+1}=(p)_1\left[\frac{p-2}{2}\right]_n+(p)_3\left[\frac{p-4}{2}\right]_{n-1}+\ldots.$$

$$\ldots(p)_{2n+1}\left[\frac{p-2n-2}{2}\right]_0$$

lub według wzoru 12).

$$b_{2n+1}=\frac{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)\ldots(p^2-\overline{2n}^2)}{1.2.3.4\ldots(2n+1)};$$

otrzymamy przeto dla parzystego p

$$22).\quad \frac{1}{2}\left((\sqrt{1+Z^2}+Z)^p-(\sqrt{1+Z^2}-Z)^p\right)$$

$$=\sqrt{1+Z^2}\left(\frac{p}{1}Z+\frac{p(p^2-2^2)}{1.2.3}Z^3+\frac{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)}{1.2.3.4.5}Z^5+\ldots\right)$$

Wzory 20). i 22). można ogólniej wyrazić dla dowolnego p, tylko $Z^2<1$.

c) kładąc

$$\sqrt{1+Z^2}=x$$

otrzymamy

$$\sqrt{1+Z^2}-Z=\frac{1}{x},$$

$$\sqrt{1+Z^2}=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right),Z=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{x}\right);$$

Ze zrównania 16). przy parzystem p będzie

$$23).\quad x^p+\frac{1}{x^p}$$

$$=2\left\{1+\frac{p^2}{2.4}\left[x-\frac{1}{x}\right]^2+\frac{p^2(p^2-2^2)}{2.4.6.8}\left[x-\frac{1}{x}\right]^4\right.$$

$$\left.+\frac{p^2(p^2-2^2)(p^2-4^2)}{2.4.6.8.10.12}\left[x-\frac{1}{x}\right]^6+\ldots\right\}$$

a z Nru 18). przy nieparzystem p

$$24).\quad x^p+\frac{1}{x^p}$$

$$=\left[x+\frac{1}{x}\right]\left\{1+\frac{p^2-1^2}{2.4}\left[x-\frac{1}{x}\right]\right.$$

$$+\frac{(p^2-1^2)(p^2-3^2)}{2.4.6.8}\left[x-\frac{1}{x}\right]^4+\dots \Big\}$$

Następnie według Nru 20). przy nieparzystem p:

$$25). \qquad x^p-\frac{1}{x^p}$$

$$=2\Big\{\frac{x}{2}\left[x-\frac{1}{x}\right]+\frac{p(p^2-1^2)}{2.4.6}\left[x-\frac{1}{x}\right]^3$$

$$+\frac{p(p^2-1^2)(p^2-3^2)}{2.4.6.8.10}\left[x-\frac{1}{x}\right]^5+\dots\Big\}$$

według Nru 22). przy parzystem p

$$26). \qquad x^p-\frac{1}{x^p}$$

$$=\left[x+\frac{1}{x}\right]\Big\{\frac{p}{2}\left[x-\frac{1}{x}\right]+\frac{p(p^2-2^2)}{2.4.6}\left[x \quad \frac{1}{x}\right]^3$$

$$+\frac{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)}{2.4.6.8.10}\left[x-\frac{1}{x}\right]^5+\dots\Big\}$$

Dla niecałkowitego p stósują się także ostatnie cztéry wzory, jeżeli wartość $x-\frac{1}{x}$ jest mniejszą od jedności.

Część statystyczna.

I.

KRONIKA ZAKŁADU.

Gimnazyum Wadowickie założone zostało jako gimnazyum zwyczajne niższe w r. 1866. Pierwszym kierownikiem zakładu był p. *Kalikst Kruczkowski* aż do końca r. szk. 1872. Najwyższem postanowieniem z dn. 2. grudnia 1870 zakład ten zamieniony został na gimnazyum *realne i wyższe* o 8 klasach. Odtąd wszyscy uczniowie 4 klas niższych uczą się rysunków jako przedmiotu obowiązkowego, ci zaś z klasy III. i IV., którzy zamierzają przejść później do klas wyższych realnych, pobierają naukę języka francuskiego zamiast greckiego.

Gmina miasta Wadowic zobowiązała się dać lokal na pomieszczenie całego gimnazyum, dostarczyć piérwszych sprzętów szkolnych, tudzież corocznie opału potrzebnego. W r. szk. 187²/₃ objął kierownictwo zakładu *Teodor Stahlberger*.

W tymże roku założyło grono nauczycielskie za zezwoleniem Wysokiéj Rady szkolnéj kraj. *wyższą szkołę żeńską* w Wadowicach, któréj kierownikiem był najprzód profesor D^or Adolf Graczyński, późniéj dyrektor Stahlberger.

Dnia 19. lutego 1873. jako w 400^ną rocznicę urodzin wiekopomnego ś. p. *Mikołaja Kopernika* zawiązany został w gronie nauczycielskiém fundusz imienia „Kopernika“ celem

niesienia pomocy ubogim uczniom Wadowickiego gimnazyum szczególnie odznaczającym się w naukach przyrodniczych. Na kuratorów téjże fundacyi wybrało grono oprócz dyrektora jeszcze professorów Zegadłowicza i Malinowskiego.

Po 3 latach, w ciągu których za zezwoleniem Wys. c. k. Namiestnictwa Dyrekcya przyjmowała wpływające na ten cel datki, ów zawiązek urósł do 1000 Zł. w. a., za którą to kwotę zakupiono 7% listy wartościowe i już w bieżącym roku szkolnym obdarzono 2 uczniów odsetkami tegoż funduszu.

Z powodu zaślubin Najdostojniejszéj *Arcyksiężniczki Gizeli* w dniu 20. kwietnia 1873 gmina izraelicka w Wadowicach składając 200 Zł. w 5% obligacyach jednolitego długu państwa ustanowiła stypendyum imienia „*Gizeli*“ dla ucznia Wadowickiego gimnazyum, mające być udzielonem na przemian raz izraelicie raz chrześcianinowi.

Dnia 10. kwietnia 1874 zmarł examinowany zastępca nauczyciela *Władysław Grudzień*, dla rzadkich przymiotów serca i umysłu powszechnie żałowany przez kolegów i uczniów.

Dnia 8. maja 1874 położono kamień węgielny pod *nowy gmach gimnazyalny* późniéj kosztem gminy miasta Wadowic wystawiony, w którym téż od Września b. r. począwszy po uroczystém jego otwarciu nauki odbywać się poczęły.

W ciągu lat ubiegłych wizytowali zakład c. k. Inspektorowie, ś. p. Andrzéj Oskard i ś. p. Franciszek Szynglarski.

Piérwszy *examin dojrzałości* odbył się w Wadowickiém gimnazyum w miesiącu czerwcu 1874 r. pod przewodnictwem Radcy szkolnego i c. k. Inspektora Wp. Antoniego Czarkowskiego. Z odznaczeniem zdali w ówczas examin: *Michał Matusiak, Ignacy Rychlik i Bolesław Wasilewski*; w następnym zaś roku: *Władysław Fuchsig i Józef Macak.*

Od zeszłego roku szk. zaszły niektóre zmiany w gronie nauczycielskiém: Zastępcy: Piotr Prysak i Roman Palmstein przeniesieni stąd zostali, piérwszy do seminaryum nauczycielskiego żeńskiego w Krakowie, drugi zaś do c. k. gimnazyum Franciszka Józefa we Lwowie, natomiast świéżo nastali jako zastępcy: Karol Białkowski examinowany na całe gimnazyum,

Wilhelm Stangenberg z gimnazyum Franciszka Józefa, wreszcie Michał Kusionowicz.

W marcu 1876 r. pożegnał zakład ksiądz katecheta i professor *Jędrzéj Klimczak* udawszy się po blisko 10 letniém pełnieniu obowiązków nauczycielskich w tymże zakładzie na probostwo we Frydrychowicach; po nim prowizorycznie daléj prowadził naukę religii katecheta bocheńskiego gimnazyum Ks. Professor Piotr Pietrzycki.

Najwyższém postanowieniem Jego c. k. Apostolskiéj Mości z dnia 18. marca 1876 mianowany został dotychczasowy kierownik zakładu Teodor Stahlberger c. k. dyrektorem Krakowskiego gimnazyum św. Jacka.

Examin dojrzałości odbył się w tym roku co do części piśmiennej od 28. maja do 2. czerwca włącznie, co do ustnéj zaś części od 28. do 1. lipca pod przewodnictwem Wielm. p. Radcy szkolnego i c. k. inspektora Antoniego Czarkowskiego.

II.

SKŁAD GRONA NAUCZYCIELSKIEGO

przy końcu roku szk.

wraz z rozkładem nauk.

L.	Imię i nazwisko	Przedmiot nauki a. obowiązkowej	Przedmiot nauki b. nadobowiązkowej	Tygod. godz. a.	Tygod. godz. b.
1.	**Teodor Stahlberger** c. k. dyrektor, członek Rady szk. okręg., przewodniczący Rady szk. miejscowej, dyrektor wyższej szkoły żeńskiej.	Propedeutyka filozofii w VII. i VIII. klasie.	J. francuzki.	4	3
2.	**Tytus Zegadłowicz**, profesor, honorowy obywatel miasta Wadowic, gospodadrz klasy VIII.	J. niem. w VIII. histor. i geogr. w V. VI. VII. i VIII.	Śpiew. hist. kraju rodzinn. w VI. i VII.	17	6
3.	**Adolf Graczyński**, doktor filozofii, profesor, radny m., członek komisyi fizyograficznej w Krakowie i c. k. Towarzystwa botan.-zoolog. w Wiedniu, zawiadowca zbioru naturaliów.	Matematyka w I b. i VIII. historya naturalna w I a i b. II a i b, III. V. i VI.	—	19	
4.	**Władysław Kosiński**, doktor filozofii, profesor, członek komisyi antropologicznej Akademii umiejętności w Krakowie, gospodarz kl. V., zawiadowca biblioteki nauczycielskiej i uczniów.	J. grecki w V. i VIII. j. łaciński w V. geografia w I a.	Stenografia.	19	2
5.	**X. Piotr Pietrzycki**, profesor, katecheta bocheńskiego gimnazyum, tymczasowo pełniący tu obowiązki.	Religia we wszystkich 8. klasach i 2. oddziałach równorzędnych.	—	20	
6.	**Wincenty Bobrzyński**, nauczyciel.	J. niem. w III. i VII. „ francuski w III. i w IV.	j. franc.	17	3
7.	**Teofil Malinowski**, nauczyciel. gospodarz kl. VII.	J. łaciński w VI. i VII. „ grecki w VI.	Kaligrafia.	16	2

L.	Imię i nazwisko	Przedmiot nauki a. obowiązkowej	Przedmiot nauki b. nadobowiązkowej	Tygod. godz. a.	Tygod. godz. b.
8.	Jan Pawlica, nauczyciel, gospodarz kl. I b.	J. łaciński w kl. VIII. „ niem. w I a i b.	Gimnastyka.	17	6
9.	Ludwik Kossowicz, nauczyciel, gospodarz kl. II b.	J. polski w I a i b IV. „ niem. w II a i b.	—	19	
10.	Albert Gąsiorowski, nauczyciel.	J. polski w kl. VI. „ niem. w IV i V. „ histor. i geogr.	hist. kraju rodzin. w III i IV.	17	2
11.	Walenty Myjkowski, nauczyciel, zawiadowca zbioru fizykaliów.	Matemat. w I a i VI. fizyka w IV. VII. i VIII. geografia w I b.	—	18	
12.	Edmund Hierzyk. examin. zastępca nauczyciela,	J. łaciński w I a. „ grecki w VII. „ polski w II b. i III.	—	18	
13.	Michał Frąckiewicz. exam. zast. nauczyciela.	J. polski w V. VII. i VIII. histor. i geogr. w II a i b.	—	17	
14.	Adolf Michalewski, zast. n. gospodarz kl. III.	J. łaciński w II b i III. „ grecki w IV.	—	18	
15.	Wilhelm Stangenberg, zast. nauczyciela, gospodarz kl. VI.	J. łaciński w kl. IIa. „ grecki w kl. III. „ niemiecki w VI.	—	17	
16.	Karol Białkowski, exam. zast. nauczyciela. gospodarz kl. II a.	Matematyka w kl. II. a i b, III. IV. V. i VII.	—	19	
17.	Michał Kusionowicz, zast. n. c. k. porucznik gospodarz kl. IV.	J. łaciński w I b i IV. „ polski w II a.	—	17	
18.	Józef Stocki, zastępca naucz.	Rysunki w 4 niższych klasach i oddziałach.	Rysunki dla uczniów klas wyższych.	22	4

III.

PLAN LEKCYJNY.

I. Klasa.

Gospodarze: w oddziale *a.* Hierzyk. *b.* Pawlica.

Religia: 2 godziny tygodniowo. Nauka wiary i obyczajów podług książki Zielińskiego.

J. łaciński: 8 godzin tygodniowo. Odmiana prawidłowa: imion, czasowników i najpotrzebniejsze reguły składni podług gramatyki Sobieskiego. Ćwiczenia w tłómaczeniu z polskiego na łacinę i odwrotnie, podług książki Sobieskiego. Co tydzień zadanie szkolne.

J. polski: 3 godziny tygodniowo. Z gramatyki najważniejsze zasady głosowni z połączeniem z pisownią — nauka o zdaniu pojedynczém i określnikach tegoż, interpunkcya — odmiana imion, według gramatyki Małeckiego. Czytanie statataryczne i kursoryczne większej części ustępów zawartych w I tomie Wypisów dla klas niższych gimnazyalnych w połączeniu z opowiadaniem i uczeniem się na pamięć ustępów poetycznych a przedewszystkiem prozaicznych. Co miesiąc 2 zadania domowe. 2 szkolne i 2 ćwiczenia ortograficzne.

J. niemiecki: 6 godzin tygodniowo. Odmiana prawidłowa imion i czasowników w połączeniu z najpotrzebniejszemi regułami składni szyku i rządu. Czytanie i tłumaczenie z języka niemieckiego na polski i odwrotnie, wygłaszanie z pamięci celniejszych ustępów podług wypisów niemieckich D^{ra} Janoty. Co tydzień extemporale.

Geografia: 3 godziny tygodniowo. Ogólne pojęcia i wiadomości wstępne z kosmografii i geografii matem., geogr. topiczna i fizyczna wszystkich części ziemi; najważniejsze wiadomości z geografi pol. dokładniejszy przegląd polityczny Europy podług książki Bellingera w tłum. polskiem.

Matematyka: 3 godziny tygodniowo. W I. półroczu tylko arytmetyka, w II. półroczu 1 godzina arytmetyki a 2 godziny geometryi. Z arytmetyki: Cztery działania liczbami całemi, mianowanemi i niemianowanemi; sposoby skracań rachunkowych — podzielność liczb, ułamki zwykłe i dziesiętne według książki Krawczykiewicza. — Z geometryi: Nauka o liniach, kątach, trójkątach, równoległobokach podług książki Moznika w tłómaczeniu polskiem Sternala. Często ćwiczenia domowe, co miesiąc jedno szkolne.

Historyja naturalna: 2 godziny tygodniowo. Zwierzęta ssące. zestawne i brzuchawce podług książki Nowickiego.

Rysunki: 4 godziny tygodniowo. Figury z linii prostych złożone. od ręki rysowane, w dalszym ciągu przejście do form okrągłych, liście — ołówkiem — w końcu piórem.

W półroczu drugiem dla obznajmienia się z użyciem linii i cyrkla pojedyncze formy geometryczne czasem nakładane tuszem. —

II. Klasa.

Gospodarze: w oddziale *a*. Białkowski, *b*. Kossowicz.

Religia. 2 g. tyg. Historja starego testamentu podług książki Tyca.

Język polski. 8 g. tyg. Powtórzenie odmian prawidłowych. Nauka odmian nieprawidłowych, verba anomala i defectiva, przyimki, accusativus inominativus cum infinitivo, participia i ablativus absolutus, conjunctivus po ut, ne, quin, quod i quominus podług gramatyki Sobieskiego. Ćwiczenia podług książki Sobieskiego. Co tydzień zadanie szkolne, co 14 dni zadanie domowe.

Język polski. 3. g. tyg. Głosownia w połączeniu z pisownią, odmiana czasowników, stopniowanie przymiotników, nauka o zdaniu złożonėm i składnia zgody podług gramatyki Małeckiego. Czytanie II. tomu „Wypisów“ dla niższych klas gimn:“ uczenie się na pamięć, deklamacya ustępów poety-

cznych i prozaicznych. Co 14 dni zadanie domowe, co miesiąc zadanie szkolne i ćwiczenie ortograficzne.

Język niemiecki. 5 g. tyg. Powtórzono i uzupełniono naukę o formach podług gramatyki Janoty, wzięto dalej naukę o odmianie złożonéj i omownéj, o użyciu słów haben i sein w perf., przyimka Zu w inf., o szyku wyrazów w zdaniach pojedyńczych i złożonych. Z wyp. Janoty czytano i opowiadano wybrane ustępy, z polskich ustępów przełożono ustnie i pisemnie te, które we wszystkich wydaniach się znajdują. Co 14 dni zadanie domowe, co tydzień extemporale, dyktat lub zadanie szkolne.

Historya i geografia. 4 g. tyg. *a)* Historya starożytna w połączeniu z geografią starożytną biograficznie wykładana podług Weltera w tłóm. polskiem Sawczyńskiego t. I. — *b)* geografia fizyczna i polityczna Azyi i Afryki, oro- i hydrografia południowéj i zachodniéj Europy podług geog. Kluna w tłóm. polskiem Germana i Starkla.

Matematyka. 3 g. tyg. Arytmetyka: stosunki, proporcye, reguła trzech; praktyka włoska, miary, wagi i monety krajowe i zagraniczne. Geometrya: Główne własności trójkątów, czworoboki, wieloboki: oznaczenie powierzchni, zamiana i podział figur prostokreślnych. Książki: do arytmetyki: Moznik w tłóm. Krawczykiewicza, do geometr. Moznik w tłóm. Sternala. Częste ćwiczenia domowe, co miesiąc zadanie szkolne.

Nauka przyrody. 2 g. tyg. Botanika według książki Hückla.

Rysunki. 4 god. tyg. Ornamenta w konturach z cieniami piórem lub penzlem, figury geometrycznego układu wykonane z pomocą linii i cyrkla w konturach, piórem, nakładanie płaszczyzn farbą.

III. Klasa.

Gospodarz: Michalewski.

Religia. 2 god. tyg. Historya nowego zakonu według książki Tyca.

Język łaciński. 6 god. tyg. Z gramatyki: nauka składni o przypadkach według gramatyki Sobieskiego. Lektura: Cornelius Nepos: Miltiades, Themistocles, Aristides, Cimon, Lysander. Pelopidas, Phocion, Porcius Cato i Hannibal. Ćwiczenia do tłumaczenia z polskiego na łacińskie Trzaskowskiego. W I. półroczu co tydzień zadanie szkolne, co 14 dni zadanie domowe; w II. półroczu co 14 dni zadanie szkolne, co 14 dni zadanie domowe.

Język grecki. 4 god. tyg. Odmiana imion i czasowników aż do źródłosłowu Futuri podług gramatyki Curtiusa w tłómaczeniu Sternala i Samolewicza. Tłómaczenie z greckiego na polskie i odwrotnie podług książki Schenkla. Co 14 dni zadanie szkolne — co miesiąc zadanie domowe.

Język francuski (w oddziale realistów). 4 god. tyg. Z gramatyki Studniarskiego: Prawidla wymowy, odmiana rzeczowników i przymiotników, łatwiejsze zaimki, konjugacya słów posiłkowych „avoir i être, konstrukcya pytająca, przecząca i mieszana, nadto niektóre uwagi dodatkowe nad rzeczownikami i przymiotnikami, stopniowanie przymiotników i liczebniki aż do artykułu podziałowego, aż do lekcyi LII. wraz z ćwiczeniami w tej gramatyce zawartemi ustnie i pisemnie.

Język polski. 3 god. tyg. Nieodmienne części mowy; składnia, okresy; z etymologii rzeczy najważniejsze podług gramatyki Małeckiego. Czytanie III. tomu „Wypisów dla niższych klas gimnazyalnych“, uczenie się na pamięć ustępów i deklamacya. Co 14 dni zadanie domowe, co miesiąc szkolne.

Język niemiecki. 4 god. tyg. Składnia zgody, rządu i szyku podług gramatyki Janoty. Czytanie, tłómaczenie i opowiadanie czytanych ustępów z Wypisów Janoty tom II. Co 14 dni zadanie domowe, co miesiąc szkolne.

Historya i geografia. 2 god. tyg. Historya wieków średnich podług Weltera (Sawczyńskiego). 2 god. tyg. geografia fizyczna i polityczna Europy, Ameryki i Australii podług Kluna.

Matematyka. 3 god. tyg. Arytmetyka: 4 działania liczbami algebraicznemi oznaczonemi i ogólnemi, użycie nawiasów, podnoszenie do 2 i 3 potęgi, wyciąganie 2 i 3 pierwiastka. Geometrya: podobieństwo figur prostokreślnych, koło z różnemi wykreśleniami w niem i koło niego, obliczenie obwodu i powierzchni koła. Książki tych samych autorów co w II. klasie. Częste ćwiczenia domowe, co miesiąc zadanie szkolne.

Nauki przyrodnicze. 2 god. tyg. W I. półroczu: Mineralogia podług książki Klęska. W II. półroczu: Fizyka podług Kunzeka przełożył Dr. Stanecki: Ogólne własności ciał, nauka o cieple i najważniejsze zasady chemii.

Rysunki. 3 god. tyg. Głowa ludzka w częściach, formy zwierzęce mianowicie koni w konturach, później z lekkiem podcieniowaniem ołówkiem. Kopiowanie projektów budowli; modele figur geometrycznych z drutu jako wstęp do rysunku z natury, objaśnienie kilku zagadnień z perspektywy z wykonaniem odpowiednich rysunków.

IV. Klasa.

Gospodarz klasy: Kusionowicz:

Religia: 2 g. tyg. Obrzędy kościelne według książki Jachimowskiego. —

Język łaciński: 6 g. tyg. Z gramatyki: Nauka o czasach, trybach i imionach czasownikowych podług gramatyki Sobieskiego. Lectura: Caesaris commentarii de bello Gallico lib. I, VI, VII, podług wydania Hofmana. Ćwiczenia w tłómaczeniu z polskiego na łacińskie Poplińskiego. Co 14. dni zadanie domowe, co miesiąc zadanie szkolne. —

Język francuski: 4 g. tyg. Według gramatyki M. Studniarskiego: Stopniowanie przymiotników, formowanie i stopniowanie przysłówków, liczebniki, artykuł podziałowy, zaimki nieokreślne, przyimki, odmiana słów regularnych, zaimki osobiste aż do słów zwrotnych wraz z ćwiczeniami w téj

gramatyce zawartémi ustnie i pisemnie od Lek. XLVI aż do Lek. LXXXII. —

Język grecki: 4 g. tyg. Odmiana źródłosłowu Perfecti i Aorystu passivi — odmiana czasowników na: mi — odmiany nieprawidłowe i najważniejsze rzeczy ze składni. — Tłómaczenie z greckiego na polskie i odwrotnie; tłómaczenie bajek. Co 14 dni zadanie szkolne, co miesiąc domowe. Książki te same, co w III. klasie. —

Język polski: 3 g. tyg. Powtórzenie i uzupełnienie gramatyki z lat poprzednich, przyczém zwracano uwagę uczniów na błędy, które w potocznéj mowie popełniano; nauka o zdaniach wszelkiego rodzaju i o wiérszowaniu według gram. Małeckiego. Główniejsze zasady stylistyki — obznajomienie uczniów z ważniejszemi rodzajami poezyi w sposób przystępny; — czytanie, objaśnienie i opowiadanie ustępów z IV. tomu. „Wypisów dla niższych klas gimn.“ — Deklamacya celniejszych ustępów prozaicznych i poetycznych. Co 14 dni wypracowanie domowe, co 3 tygodnie zadanie szkolne. —

Język niemiecki: 4 g. tyg. Czytano „Wypisy Janoty„ przeznaczone na klasy IV z objaśnieniem gramatyczném, — szczegółowo z gramatyki nauka o zdaniu złożoném. — Co 2 tygodnie zadanie domowe, co miesiąc zadanie szkolne. —

Historya i statystyka: 4 g. tyg. W I. półroczu: Dzieje nowożytne podług Weltera w tłómaczeniu Sawczyńskiego i polityczna geografia Europy. — W II półroczu: Dzieje nowsze, Statystyka monarchii austryacko-węgierskiej podług Szaraniewicza z uwzględnieniem dziejów Austryi. —

Matematyka: 3 g. tyg. Arytmetyka: Przestawienie, kombinowanie, stosunki, proporcye składane, reguła trzech składana, prowizya, kapitał, czas, procent, rachunek terminu, spółki, mieszaniny; reguła łańcuchowa, procent składany, zrównania I stop: o 1 i 2 niewiadomych. Geometrya: Główne własności elipsy, hyperboli, paraboli; stereometrya. — Książki tych samych autorów co w II klasie. Częste ćwiczenia domowe, co miesiąc zadanie szkolne. —

Fizyka: 3 g. tyg. Statyka, hydrostatyka, aerostatyka, dynamika, akustyka, optyka; główne zasady astronomii i geografii fizycznej — podług książki Rodeckiego.

Rysunki: 3 g. tyg. Kopiowanie głów zwierząt krédą, ołówkiem — krajobrazy ołówkiem, piórem — plany budowli, rysowanie ornamentów, — głowy, nogi, ręce z modeli gipsowych w konturach — później z cieniami krédą, — parę zagadnień z perspektywy z wykonaniem odpowiednich rysunków. —

V. Klasa.

Gospodarz: Dr W. Kosiński.

Religia: Dogmatyka ogólna według książki Jachimowskiego; 2 godź. tygodn.

Język łaciński: Lektura: Liwiusza ks. I. r. 1 — 56 i ks. II. r. 1 — 44; z Owidego (wydanie Grysara): Przemiany ks. I. 1 — 415; II. 1 — 366; VI. 146 — 312; VIII. 183 — 235; i 611 — 729; X. 1 — 77; XI. 85 — 193; XIII. 1 — 398 i trzy przepisane elegie z ksiąg Trist. (5 godź. tygod.). Z gramatyki Sobieskiego powtórzenie nauki o przypadkach i następstwie czasów; — ćwiczenia stylist. podł. książki Jerzykowskiego Cz. I. (razem 1 godź. tyg.). Co 14 dni zadanie domowe, raz na miesiąc szkolne.

Język grecki: Lektura: Xenofont podług chrestomatyi Schenkla w tłómacz. Borzemskiego; z Cyropedyi od str. 1 — 20. i od 79 — 84: z Anab. od str. 113 — 137; z Pamiętn. o Sokr.: Herakles na rozstajnéj drodze; — Homer (wydanie Hocheggera), Iliady 250 w. (4 godź. tygodn.); — z gramatyki nauka o przypadkach i przyimkach podług książki Curcyusza w przekł. Samolewicza; (jedna godź. tygodn.). Co 14 dni zadanie domowe lub szkolne na przemian.

Język polski: 3 godź. tygodn. Czytanie celniejszych ustępów z staropolskich pomników literatury z Wyp. dla wyż. gimn. T. I. cz. I. w połączeniu z gramatycznemi uwagami. Etymologia według gramatyki Małeckiego. Historyczno

literackie uwagi nad literaturą polską aż do Kochanowskiego. Uczenie się na pamięć; deklamacya. Co 3 tygodnie zadanie.

Język niemiecki: 3 g. tyg. Czytanie wypisów Jandaurka z stósownem objaśnieniem gramatycznem i stylistycznem. Cwiczenia w opowiadaniu; uczenie się na pamięć celniejszych ustępów. Co 14 dni zadanie domowe, raz na miesiąc szkolne.

Matematyka: 4. g. tyg. Algebra: pojęcie różnych ilości i operacyj rachunkowych, 4 działania, układy liczb, ułamki zwyczajne, dziesiętne i ciągłe, o stosunkach i proporcyach. Geometrya: Longimetrya i planimetrya — podług książki Moznika w tłómaczeniu Staneckiego. Częste ćwiczenia domowe, co miesiąc zadanie szkolne.

Historya powsz. i geografia, 4 g. tyg. Dzieje starożytne aż do r. 476 po Chr. podług książki Pütza w tłómaczeniu Niedzielskiego i Gołębiowskiego. Odpowiednie partye z geografii starożytnej.

Historya naturalna; 3 godź. Mineralogia systematyczna w połączeniu z geognozyą, podług Fellökkera. Botanika systematyczna w połączeniu z paleontologią; geograficzne rozszerzenie roślin podług Schoedlera w tłómaczeniu Berdaua.

Klasa VI.

Gospodarz: Stangenberg.

Religia. 2 godz. tyg. Dogmatyka szczególna podług książki Jachimowskiego.

Język łaciński. 6 godz. tyg. Lektura: Sallustii bellum Iugurthinum, Vergilii Georgicon lib. II. v. 136—176 (laudes Italiae) vv. 458—550 (laudes vitae rusticae), Aeneidos lib. III. vv. 1—677 lib V. vv. 1—374. Kilka ustępów najcelniejszych wygłaszali uczniowie z pamięci. Ćwiczenia gramatyczno-stylistyczne podług ćwiczeń Trzaskowskiego część I. Co 14 dni wypracowanie domowe, co miesiąc szkolne.

Język grecki. 5 godz. tyg. Lektura: Homeri Iliad. lib. V., lib. VI. i XVI., Odyss. lib. X., XI., XII. podług wydania

Hocheggera. Uzupełnienie gramatyki wraz z tłómaczeniem podług ćwiczeń Schenkla w tłómaczeniu Samolewicza. Co trzy tygodnie wypracowanie pisemne.

Język polski. 3 godz. tyg. Czytanie celniejszych ustępów autorów złotego wieku literatury polskiéj podług „Wypisów dla wyższego gimnazyum część I. tom 2." Historyczno-literackie, gramatyczne i estetyczne uwagi nad literaturą tego okresu.

Co trzy tygodnie wypracowanie pisemne.

Język niemiecki. 5 godz. tyg. Czytanie wypisów Jandaurka tom 2. z stósowném objaśnianiem gramatycznćm, estetycznćm i stylistycznćm. Tłómaczenie z polskiego na niemieckie. Ćwiczenia w opowiadaniu i uczenie się na pamięć celniejszych ustępów. Obok tego zdawali uczniowie sprawę z lektury domowéj.

Co 2 tygodnie wypracowanie pisemne.

Historya powszechna. 3 godz. tyg. Historya wieków średnich w połączeniu z geografią podług Pütza.

Matematyka. 3 godz. tyg. Z algebry: potęgi, pierwiastki, logarytmy, zrównania pierwszego stopnia o jednéj lub więcéj nieznajomych. Z geometryi: stereometrya i trygonometrya prostokreślna, podług Moznika w tłómaczeniu Staneckiego. Częste ćwiczenia domowe, co miesiąc zadanie szkolne.

Historya naturalna. 2. godz. tyg. Zoologia systematyczna w połączeniu z paleontologią, geograficzne rozszerzenie zwierząt podług książki Nowickiego.

VII. Klasa.

Gospodarz: Malinowski.

Religia: 2 g. tyg. Etyka chrześciańsko-katolicka podług Soleckiego.

Język łaciński: 5 g. tyg. Lektura: Ciceronis oratio in Catil. I., II., pro lege Manilia — Cato Maior. Vergilii Aeneid. lib. VII podług wydania Hoffmana. Ćwiczenia gramatyczno-stylistyczne podług książki Trzaskowskiego. Część II. Co 14 dni wypracowanie domowe, raz na miesiąc szkolne.

Język grecki: 4 g. tyg. Lektura: Demostenesa mowy przeciw Filipowi. I., II., III. Z tragedyj Sofoklesa: Elektra. Co miesiąc wypracowanie pisemne.

Język polski: 3 g. tyg. Czytanie celniejszych ustępów z okresu panegiryczno-makaronicznego i Stanisławowskiego [Wyp. dla wyż. gimn. t. II. Cz. I.] w połączeniu z historyczno-literackiemi uwagami nad tym okresem. Obok tego czytali uczniowie z najnowszéj literatury: Wiesława Brodzińskiego; Grażynę, Konrada Wallenroda i Pana Tadeusza Mickiewicza. Co miesiąc wypracowanie pisemne.

Język niemiecki: 4 g. tyg. Czytanie celniejszych ustępów autorów 18. wieku według wypisów Mozarta dla gimn. wyz. t. II. w połączeniu z stylistycznemi, estetycznemi i literackiemi uwagami. Opowiadanie czytanych ustępów. Co miesiąc wypracowanie pisemne na temat dany, oprócz tego tłómaczono ustępy z języka polskiego na niemiecki.

Historya powszechna: 3 g. tyg. Dzieje nowsze aż do połowy 19^{ego} wieku według Pütza w tłómaczeniu Niedzielskiego. —

Matematyka: 3 g. tyg. Algebra: Zrównania nieoznaczone 1^{go} stopnia, zrównania kwadratowe i wykładnicze o 1. i 2. niewiadomych; postęp różnicowy i geometryczny ze zastósowaniem do procentu składanego i obliczenia renty, permutacye, kombinacye, waryacye, wzór Newtona na potęgi dwumianu. Geometrya: Trygonometrya sferyczna, zastósowanie algebry do geometryi; analityka w płaszczyznie. Książki, ćwiczenia i zadania jak w V klasie.

Fizyka: 3 g. tyg. Ogólne własności ciał, chemiczne połączenie i rozkład; statyka, dynamika, hydrostatyka, aerostatyka — podług książki Chlebowskiego.

Logika: 2 g. tyg. Logika ogólna — podług Drbala.

VIII. Klasa.

Gospodarz: Zegadłowicz.

Religia. 2 g. tyg. Historya kościelna — podług Jachimowskiego.

Język łaciński. 5 god. tyg. Horat. Carm. I. 1, 2, 3, 4, 10, 14, 15, 18, 22, 24, 26, 27. II. 3, 13, 14, 18. III. 2, 3, 4. IV. 2, 7, 9. Epod. 2, 13. Sat. I. 1. Epist. I. 2. Tacit. Agric. Annal. I. Pogląd na literaturę łacińską. Ćwiczenia stylistyczne i zadania jak w klasie VII.

Język grecki. 5 god. tyg. Przeczytano Sofoklesa Antygonę i Gorgiasa Platona. Z gramatyki: o partykułach. Co 3 tygodnie zadanie domowe lub szkolne.

Język polski. Czytanie celniejszych ustępów z autorów ostatniego okresu w połączeniu z historyczno - literackiemi i estetycznemi uwagami nad tym przedmiotem, podług Wyp. dla wyż. gimn. t. II. część II. Co miesiąc zadanie piśmienne.

Język niemiecki. Czytanie celniejszych utworów nowszego okresu z objaśnieniami stylistycznemi, estetycznemi i historyczno literackiemi podług Mozarta t. III. dla wyż. gimn. Zadania jak w VII. klasie.

Historya i statystyka. 3 godz. tyg. Historya nowożytna od 18go wieku do najnowszych czasów, podług Poplińskiego. Geografia i statystyka Austryi, podług Szaraniewicza.

Matematyka. 2 godz. tyg. Powtórzenie, uporządkowanie i zastósowanie w przykładach całego przedmiotu nauki. Co miesiąc 1 zadanie.

Fizyka. 3 godz. tyg. Mechaniczna teorya ciepła, akustyka, magnetyzm, elektryczność i optyka, według książki Chlebowskiego.

Psychologia. 2 godz. tygodn. według książki Zimmermanna.

Nauki nadobowiązkowe

dla uczniów bezpłatne.

1. **Historya kraju rodzinnego.** Stopień niższy t. j. klasa III. i IV. i stopień wyższy czyli klasa VI i VII. W każdej klasie po 1 godzinie tyg.; na obu stopniach od czasów najdawniejszych do najnowszych według zapisków synchronistycznych z uwzględnieniem i dotyczącej geografii i współczesnych ważniejszych wypadków powszechnodziejowych. Razem udział brało w tej nauce uczniów 112
2. **Język francuski.** 3 oddziały: I. uczniów 12, godzin tygodn. 3; metoda Plötza część I. do lekcyi 70; II. oddział uczniów 10, godzin 2 od lekcyi 41 do 90; III. oddział 1 godz., 7 uczniów według gramatyki Studniarskiego rozdział VI. razem uczniów 29
3. **Gimnastyka.** 6 oddziałów w tyluż godzinach; ćwiczenia w odpowiedniem stopniowaniu; udział brało do końca roku uczniów 160
4. **Rysunki odręczne.** 2 oddziały. 4 godzin tygod. przedmiot nauki: postać człowieka z cieniami — ołówkiem; krajobrazy — ołówkiem, tuszem, kolorami; plany budowy — rysowanie modeli gipsowych — głowy osób żyjących. Udział brało oprócz 19 uczniów klas wyższych jeszcze 17 realistów kl. III. i IV. razem 36
5. **Śpiew.** 2 oddziały, każdy po 2 godziny tyg. Teorya śpiewu i ćwiczenia solo, duet, tercet; wykonywanie chórem pieśni kościelnych przeważnie według książki Kunzeka. Udział biorących w tej nauce . . . 75
6. **Stenografia.** 2 oddziały po 1 godzinie tyg. według metody Polińskiego; uczniów razem 37

7. **Kaligrafia.** 2 oddziały dla uczniów I. i II. klasy, godzin 2 tyg.; liczba uczniów udział biorących . 97

Wszystkich razem uczniów uczęszczających na przedmioty nadobowiązkowe było 256

IV.

Temata
do wypracowań piśmiennych.

A). w języku polskim.

V. Klasa.

1. Opis uroczystości otwarcia nowego gmachu gimnazyalnego.
2. Treść i osnowa poematu: „Wyprawa Igora na Połowców.
3. Korzyści i szkody wiatrów. (Szkolne).
4. Wychowanie u Persów. Opowiadanie historyczne według Ksenofonta.
5. Dzwon, jego powstanie i przeznaczenie. (Szkolne).
6. Wynalazek sztuki drukarskiej i zbawienne jego skutki.
7. Alcybiades i jego wpływ na losy Grecyi.
8. Obraz pożaru. (Szkolne).
9. Niemy świadek zbrodni. Opowiadanie według ballady Schillera: „Kraniche des Ibykus.“
10. Ostatnie chwile św. Wojciecha — według kroniki Stanisława Chwalczewskiego.
11. Panowanie Numy Pompiliusza i jego zasługi — podług Liwiusza (ks. I. rozd. 18—22).
12. Treść i objaśnienie poematu Aug. Wilhelma Schlegla: „Arion.“
13. Obraz wiosny. (Szkolne).
14. Bitwa pod Kunaksą — podług Ksenofonta.
15. Żniwo a egzamin — porównanie.
16. Jak maluje Gornicki dworzanina polskiego. (Szkolne).

VI. Klasa.

1. Korzyści podróży pieszej.
2. Opis powodzi. (Szkolne).
3. Kochanowskiego tren 19 albo Sen. Treść i objaśnienie.
4. Porównanie życia ludzkiego z podróżą.
5. Jarmark w Wadowicach. Obraz.
6. Treść i objaśnienie sielanki S. Szymonowicza: „Pomarlica.“ (Szkolne).
7. Charakterystyka psa.
8. Wielkanoc. (Szkolne).
9. Charakterystyka człowieka lekkomyślnego.
10. Opisać jakikolwiek charakterystyczny znany obrzęd miejscowy.
11. Skutki rozwoju żeglugi.
12. Wynalazek drogi żelaznej i jego skutki.

VII. Klasa.

1. Wpływ klimatu i ustroju ziemi na charakter i sposób życia jej mieszkańców.
2. Podać charakterystyczne cechy okresu panegiryczno makaronicznego.
3. Treść i rozbiór pierwszej mowy Demostenesa przeciw Filipowi.
4. Charakterystyka człowieka gnuśnego i leniwego — według satyry Krzysztofa Opalińskiego.
5. Podać charakterystykę człowieka oszczędnego a skąpca — według satyry Krasickiego. (Szkolne).
6. Ideał obywatela przedstawiony przez Ign. Krasickiego w „Panu Podstolim.“
7. Na czem polega bajka i jakie ma znaczenie w poezyi?
8. Charakterystyka Grażyny i Litawora Ad. Mickiewicza.
9. Spokój wewnętrzny i zadowolenie więcej wartają niżli złoto — według Hagedorna „Johann der Seifensieder.“
10. Znaczenie żelaza w obec oświaty. (Szkolne).

VIII. Klasa.

1. Rozwiązać pojęcia klasycyzmu i romantyzmu i wykazać różnice zachodzące między niemi.
2. Zasady epopei na podstawie czytanych ustępów z „Pana Tadeusza.“
3. Treść i objaśnienie ody Horacego: „Ad Julum Antonium.“ (Hor. lib. IV. c. II).
4. Charakterystyka Antygony, Ismeny i Kreona w tragedyi Sofoklesowej: „Antygona.“
5. Charakterystyka Miecznika w „Maryi“ Malczewskiego. (Szkolne).
6. Rozbiór „Przenajświętszej Rodziny“ Bohd. Zaleskiego.
7. Gdzie, kiedy i w jaki sposób rozwinęła się u Greków poezya dramatyczna?
8. Charakterystyka Agrykoli według Tacyta.
9. Czem jest symbol i jakie znaczenie ma symboliczność w poezyi a w życiu codziennem?

Frąckiewicz.

Gąsiorowski.

B). w języku niemieckim.

V. Klasa.

1. Beschreibung des Herbstes.
2. Es ist die Erzählung: „der dankbare Jüngling“ zu erweitern und zu ergänzen.
3. Die Fabel: „Zeus und das Schaf“ zu einem Bilde umzugestalten.
4. Der ackernde Landmann. (Ein Bild.)
5. Xerxes Zug gegen die europäischen Griechen kurz zu schildern.
6. Der Wolf und das Schaf.
7. Was hat die Stadt vor dem Dorfe voraus?
8. Zwei Abderiten-Streiche.

9. Es ist ein gesellschaftlicher Ausflug in die Umgegend von Wadowice zu schildern.
10. Die Fabel zu erzählen, durch welche M. Agrippa die Plebs zur Rückkehr vom mons sacer nach Rom bewog.
11. Das Pferd (Beschreibung).
12. Es sind die wichtigsten Momente des tarentinischen Krieges hervor zu heben.
13. Nutzen der Haustiere.
14. Die Ballade von Schiller: „Der Taucher“ prosaisch zu erzählen.

Oprócz tego tłomaczono ustępy z języka polskiego na niemiecki.

Gąsiorowski.

VI. Klasa.

1. Effodiuntur opes irritamenta malorum.
2. „Tages Arbeit, Abends Gäste; Saure Wochen, Frohe Feste! sei dein künftig Zauberwort.“
3. „Des Sängers Fluch“ Inhaltsangabe.
4. „Von der Stirne heiss rinnen muss der Schweiss, soll das Werk den Meister loben; doch der Segen kommt von oben.“
5. Tod und Winter.
6. War Agamemnon gezwungen, dem Ausspruche des Kalchas Folge zu leisten?
7. Welchen wohlthätigen Einfluss hatte die Regierung Heinrich I.?
8. Sokrates mit Demosthenes verglichen.
9. Erziehungsweise bei den Spartanern.
10. „Der Handschuh“ in Prosa wiederzugeben.
11. Folgen der Kreuzzüge in Betreff der Erweiterung der Wissenschaften.
12. „Bürgschaft“ Inhaltsangabe.
13. Bedeutung des Ackerbaues.
14. Über den Nutzen der Pflanzen.

15., 16., 17. tłómaczenia z polskiego.

Stangenberg.

VII. Klasa.

1. Schillers Gedicht „die Kraniche des Ibykus“ prosaisch wieder zugeben.
2. „Geringes ist die Wiege des Grossen.“
3. Die Erzählung „der redliche Finder“ soll erweitert und ergänzt werden.
4. „Durch wiederholte Streiche fällt auch die grösste Eiche.“
5. „Jeder ist seines Glückes Schmied.“
6. „Ein gut' Gewissen,
   Ist ein sanftes Ruhekissen.“
7. „Es ist nichts so fein gesponnen,
   Es kommt endlich an die Sonnen.„
8. Ursachen des dreissigjährigen Krieges.
9. Annehmlichkeiten des Monats Maj.
10. Platen's Gedicht „der Markgräfin Schleier.“ prosaisch dargestellt.

6 tłómaczeń z polskiego na niemieckie.

Bobrzyński.

VIII. Klasa.

1, Erklärung des Gedichtes von Schiller: „Sehnsucht“ unter Würdigung des darin enthaltenen Spruches: Du musst glauben, du musst wagen, denn die Götter leih'n kein Pfand.“
2. Das Erscheinen Maria Theresia's auf dem Reichstage zu Pressburg und die Folgen desselben mit Bezug auf den österreichischen Erbfolgekrieg.
3. Erklärung der Allegorie von Rückert: „Leben und Tod“.
4. Welche Pflichten hat der Mensch gegenüber der bürgerlichen Gesellschaft zu erfüllen? Mit Zugrundelegung der Allegorien: „Der Magen und die Glieder“ und „das Kind der Barmherzigkeit.“
5. Geschichtliche Parallele zwischen Aleksander dem Grossen und Napoleon I.
6. Einfluss der Gebirge und Wälder auf das Klima im allgemeinen und auf die klimatischen Verhältnisse Oesterreichs insbesondere.

7. Erklärung der in der Idylle: „Hermann und Dorothea“ enthaltenen Rede des Pfarrers.
8. Welche Bedeutung hat die Donau für den österreichischen Staat?
9. Der Segen des Friedens. Mit Berücksichtigung des Gedichtes: „An den Frieden.“
10. Welche Freuden gewährt das Landleben?

Zegadłowicz.

C). *Zagadnienia maturalne.*

1. Zadanie polsko-łacińskie: Wypisy polskie dla VII. klasy (str. 421.) „Porównanie Konstantyna z Karolem Wielkim“ aż do słów: „miłość u swoich zyskał.“
2. Zadanie łacińsko-polskie: Verg. Aeneis. lib. I. 520—545 (Postquam introgressi — do . . . major et armis.)
3. Zadanie greckie: Plato Protagoras ed. Jahn. pag. 42 sgg, cap. II.
4. Zadanie polskie: Igrzyska olimpijskie w starożytnéj Grecyi, a turnieje rycerskie w wiekach średnich i wystawy powszechne w naszém stuleciu.“
5. Zadanie niemieckie: „Die ersten Entschliessungen sind nicht immer die klügsten, aber gewöhnlich die redlichsten. (Begründung des Satzes und Regeln für unser Verhalten.“
6. Zagadnienia matematyczne:

   1.) $\sqrt{2x^2 + 7x \quad 26} = \frac{3x+1}{2}$

   3.) Ile potrzeba wnieść do kasy oszczędności, jeżeli przez 26 lat przy końcu każdego roku ma się pobierać wypłatę 250 Złr. a procent składany wynosi 6%?

   3.) Rozwiązać trójkąt, jeżeli są dane: $a = 93.\ 4^m$, $b = 77.\ 5^m$, $c = 86\ .\ 12^m$. —

(Opracowano pod nadzorem dn. 29. 30. i 31. maja, 1. i 2. czerwca 1876.)

V. ZBIORY NAUKOWE.

Biblioteka.

Z końcem roku szkolnego 1876 stan biblioteki tutejszego gimnazyum był następujący:

A. Biblioteka dla nauczycieli

liczyła w dziale:

	Dzieł	Tom.
I. Pedagogii i szkolnictwa	20	36
II. Filologii:		
1. Encyklopedyj; dzieł pomocniczych . . .	19	93
2. Języka i literatury greckiej	110	137
3. „ „ łacińskiej	98	130
4. „ „ polskiej	104	169
5. „ „ niemieckiej	25	42
6. Innych języków	13	25
III. Geografii i statystyki	28	49
IV. Historyi powszechnej	44	102
V. Matematyki	39	44
VI. Nauk przyrodniczych:		
1. Fizyki; chemii	63	68
2. Historyi naturalnej	43	88
VII. Filozofii	21	25
VIII. Dzieł różnej treści	40	57
Razem . . .	667	1065
Oprócz tego posiada jeszcze biblioteka.		
IX. Atlasów i albumów	14	
X. Map ściennych	40	
XI. Programów	205	
XII. Pism i broszur darowanych przez wiedeńską Akademią umiejętności	286	

Z pism peryodycznych prenumerowano w b. r. następujące: Szkoła; Przegląd krytyczny; Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien; der Naturforscher.

Do powiększenia tego działu biblioteki przyczynili się łaskawie swymi darami:

C. k. Ministeryum Oświaty ofiarując dzieł 14; W. Rada Szkolna dzieł 11; c. k. Namiestnictwo dz. 7; Akademia Umiejętn. w Krakowie 20; wiedeńska Akad. Umiej. 286; Wydział krajowy 1; Autorowie: X. Chełmecki, Dr. Czerwiakowski, Dr. Graczyński, Kern, Rodecki, Sobieski, Dyrektor T. Stahlberger, Emil Stahlberger, Znamirowski. — Z grona nauczycielskiego tutejszego gimnazyum: Dyr. Stahlberger 4 dź.: Dziama 8; Frąckiewicz 6; Gąsiorowski 2; Kosiński 11; Malinowski 3; Sękiewicz 4; Skupniewicz 1; Stocki 1. Z pomiędzy innych osób pp: X. Kluczycki 6; Dr. Nowakowski 10; Richtmann 2; Sabiński 7; Emil Stahlberger 6.— Księgarze: Friedlein 1; Wildt 2; Winniker 10; Seyfarth i Czajkowski 1. Wreszcie uczniowie Hałaciński i Smolarski po 1 dziełku. —

B. Biblioteka uczniów

obejmuje tylko książki do lektury przeznaczone i liczy obecnie

dziełek polskich	. . . . .	115	w 141	tomikach.
„ niemieckich	. . . .	99	„ 185	„
„ francuskich	. . . .	2	„ 2	„
Razem dziełek		216	„ 328	„

Ten dział biblioteki otrzymał w darze od c. k. Ministeryum Oświaty 1 dziełko; od W. Rady Szkolnej 1; od Dyrektora Stahlbergera 22; od profesorów: Dziamy 3; Kosińskiego 22; Sękiewicza 2; dalej od X. Stanki 1; od W. Sabińskiego 1.— Wreszcie ofiarowali abituryenci z r. 1875. 30 dziełek tudzież uczniowie: Grudziński 7; Piotrowski 2; Biela zaś, Hałaciński, Olszewski, Raczyński, Schneid i Smolarski po 1 tomiku.

C. Biblioteka dla ubogich uczniów

składa się wyłącznie z książek szkolnych na przeciąg półrocza lub całego roku ubogim uczniom wypożyczanych i liczyła z końcem b. r. szkolnego 285 książek; z tych 113 pochodzi z darów, i tak: W. Rada szkolna ofiarowała 13 dzie-

łek;— Panowie: Hückl 1; Dr. Janota 7; Dr. Nowicki 1; Dr. Szaraniewicz 7; — Dyrektor Stahlberger 3; profesorowie: Bobrzyński 1; Dziama 4; Dr. Graczyński 1; Kosiński 4; X. Zegadłowicz 2; — świet. magistrat miasta Wadowic 5; księgarz Tempski 1; Żupański 2.—wreszcie *uczniowie:* Bielewicz 1; Bordolo 1; Dubler 2; Grabowski 1. Hałaciński 1; Heradin 7; Korn 8; Kwieciński 4; Langer Ad. 4; Langer Karol 5; Macak 2; Olszewski 4; Paleczny 2; Rychlik 3; Schanzer 2; Siedlecki 1; Szcześniak 3; Smolarski 1; Stahlberger 6; Zarski 5.

W ciągu upłynionego roku szkolnego wypożyczono Członkom tutejszego grona nauczycielskiego dzieł 350.

Z biblioteki dla młodzieży (książki do lektury) wypożyczano do domu książki uczniom wszystkich klas z wyjątkiem pierwszéj. Czytających było ogółem 170, którym wypożyczono 850 książek.—

Z biblioteki dla ubogich uczniów rozpożyczono 230 książek szkolnych 80 uczniom.

Dr. W. Kosiński,
bibliotekarz.

2. *Gabinet fizykalny.*

Zakład posiada przeszło 173 ważniejszych przyrządów mianowicie z działu I. dla okazania ogólnych własności ciał sztuk 9. II. do mechaniki 16. III. do hydrostatyki i hydrodynamiki 12 IV. do aerostatyki i aerodynamiki 18. V. do akustyki 12. VI. do nauki o cieple 14. VII. do optyki 30. VIII. do elektryczności 32, IX. do chemii 15, wreszcie X. narzędzi 15, ogółem wartości około 2400 złr. wal. austr. Do normalnego zaś stanu gabinetu brakuje jeszcze około 70 przyrządów wartości do 2500 złr. w. a.; nie posiada też jeszcze zakład kuchni chemicznej. Prócz corocznej dotacyi, dawniej o wiele mniejszej, od bieżącego zaś roku 200 złr. wynoszącej, przeznaczyła gmina miasta Wadowic w r. 1866 ryczałtową kwotę 800 złr., w r. 1873 zaś Wysoki Rząd sumę 1000 złr. w. a.

W. Myjkowski.

VI.

Spis imienny uczniów podług lokacyi.

Klasa I. A.

1. Franciszek Młynarski,
2. Dawid Förster,
3. Walenty Kaczorowski,
4. Adolf Lilienthal,
5. Ludwik Dickman,
6. Aleksy Garżel,
7. Józef Słapa,
8. Adolf Kloska,
9. Stanisław Rychlik,
10. Józef Glatmann,
11. Juliusz Aleksandrowicz,
12. Kazimierz Mączyński,
13. Antoni Pajdecki,
14. Feliks Wyrobek,
15. Karol Masny,
16. Karol Kejss,
17. Tadeusz Samlicki,
18. Karol Prezentkiewicz,
19. Romuald Piotrowski,
20. Maksymilian Chilewski,
21. Stanisław Świdowski,
22. Eugeniusz Sokólski.

Jednemu uczniowi pozwolono poprawiać egzamin po wakacyach, 5. zaś uczniów nie otrzymało promocyi. —

Klasa I. B.

1. Jan Kanty Tatara,
2. Ignacy Wielgus,
3. Cezar Dobrowolski,
4. Wojciech Ciucka,
5. Eugeniusz Borzęcki,
6. Michał Sanetra,
7. Józef Kapuśnik,
8. Jędrzéj Molek,
9. Józef Bandoła,
10. Józef Ptaś,
11. Władysław Kuźma,
12. Józef Guzik,
13. Józef Bobak,
14. Stanisław Schneider,
15. Leopold Opyrchalski,
16. Mieczysław Gotkiewicz,
17. Michał Gross,
18. Józef Mrugacz,
19. Ludwik Gancarz,
20. Kornel Trzeszczkowski.

Dwom uczniom pozwolono poprawiać egzamin po wakacych, 7 nie otrzymało promocyi.

Klasa II. A.

1. **Włodzimierz Ruciński,**
2. **Franciszek Uhma,**
3. **Jan Holik,**
4. Franciszek Chrapczyński,
5. Franciszek Rosner,
6. Franciszek Mynarski,
7. Aleksander Babiński,
8. Marcin Gawlas,
9. Stanisław Chorobski,
10. Aleksander Rychlik,
11. Bartłomiej Malec,
12. Józef Filek,
13. Wojciech Nikiel,
14. Tomasz Widlarz,
15. Karol Wetscherek,
16. Feliks Jurecki,
17. Franciszek Prochownik,
18. Jan Studnicki,
19. Franciszek Dubiel,
20. Stanisław Dańkowski.

4 uczniom pozwolono poprawiać egzamin po wakacyach, 3. nie otrzymało promocyi.

Klasa II. B.

1. **Józef Hruby,**
2. **Józef Biela,**
3. **Franciszek Gołba,**
4. **Błażéj Malik,**
5. **Władysław Mydlarski,**
6. Franciszek Kałuża,
7. Stanisław Bawiński,
8. Arnold Schanzer,
9. Wojciech Suchoń,
10. Franciszek Nycz,
11. Mieczysław Mazgaj,
12. Wojciech Biela,
13. Józef Michalak,
14. Jan Bartunek,
15. Jędrzéj Gara,
16. Henryk Tengler,
17. Tadeusz Kwieciński,
18. Józef Dekański,
19. Kazimierz Bobrzyński,
20. Jan Capek.
21. Józef Schneid,
22. Edmund Wojtowicz,
23. Adolf Dworzaczek,
24. Ferdynand Takuśki,
25. Józef Dańkowski.

Jednemu uczniowi pozwolono poprawiać egzamin po wakacyach, dwóch nie otrzymało promocyi.

Klasa III.

1. **Józef Magiera,**
2. **Szczepan Borowczyk,**
3. **Piotr Szłapa,**
4. **Michał Janeczko,**
5. **Bolesław Rychlik,**
6. **Ludwik Glatmann,**
7. **Jan Janeczko,**
8. Jan Formas,
9. Stanisław Olszewski,
10. Antoni Bielewicz,
11. Jędrzej Błaszcazk,
12. Piotr Bałys,
13. Zygmunt Zembaty,
14. Stanisław Ziebrowski,
15. Franciszek Kubiczek,
16. Bartłomiéj Boba,
17. Jan Pindela,
18. Wojciech Borowczyk,
19. Błażéj Tyran,
20. Tadeusz Fiderkiewicz,
21. Antoni Brudny,
22. Maryan Grabowski,
23. Władysław Kwieciński,
24. Ludwik Grządziel,
25. Józef Maciąga,
26. Franciszek Hernich,
27. Michał Jachimiak,
28. Emil Stankiewicz,
29. Władys. Warzeszkiewicz.

Trzem uczniom pozwolono poprawiać egzamin po wakacyach, 9 nie otrzymało promocyi.

Klasa IV.

1. **Leon Przybylski,**
2. **Adolf Langer,**
3. **Karol Langer,**
4. **Antoni Ślosarczyk,**
5. **Michał Fox,**
6. **Jan Łabaj,**
7. Józef Biba,
8. Edward Schimsheimer,
9. Jakób Saidenfeld,
10. August Grychowski,
11. Wojciech Tylka,
12. Wojciech Janas,
13. Bartłomiéj Wądrzyk,
14. Karol Pajdecki,
15. Roman Słapa,
16. Stefan Paleczny,
17. Zygmunt Woźny,
18. Karol Hannak,
19. Józef Jezierski,
20. Ludwik Potoczny,
21. Emil Biale,
22. Władysław Figler,
23. Ludwik Trexler,
24. Władysław Piotrowski,
25. Kazimierz Günther,
26. Józef Śmiéch,
27. Feliks Doertler.
28. Edmund Kühnbeck.

Trzech uczniów otrzymało pozwolenie poprawiania egzaminu po wakacyach — 4 nie otrzymało promocyi.

Klasa V.

1. Tadeusz Ruciński,
2. Roman Grabowski,
3. Jan Kosowicz,
4. Franciszek Żmudziński,
5. Samuel Schanzer,
6. Franciszek Saferna,
7. Wojciech Stypuła,
8. Franciszek Bandoła,
9. Tomasz Stolarczyk,
10. Andrzéj Chramiec,
11. Franciszek Błaut,
12. Józef Hupert,
13. Michał Grudziński,
14. Teodor Stahlberger,
15. Michał Baziński,
16. Ludwik Szczur,
17. Bartłomiéj Łaś,
18. Bartłomiéj Szafraniec.

Cztérech uczniów otrzymało pozwolenie poprawiania egzaminu po wakacyach — 7 nie otrzymało promocyi.

Klasa VI.

1. Wojciech Dobija,
2. Stanisław Leśniak,
3. Karol Rychlik,
4. Józef Worek,
5. Teodor Kosiński,
6. Jan Guzdek,
7. Stanisław Butlak,
8 Józef Hajda,
9. Antoni Nowak,
10 Józef Szatan,
11. Marcin Cichocki,
12. Leopold Brosig,
13. Franciszek Krupnik,
14. Tadeusz Zapałowicz.

Jednemu uczniowi pozwolono poprawiać egzamin po wakacyach, 5 uczniów nie otrzymało promocyi.

Klasa VII.

1. Jan Malec,
2. Jan Swajnos,
3. Antoni Baboń,
4. Franciszek Lintner,
5. Jakób Ćwiertnia,
6. Jan Pruss,
7. Czesław Wądolny,
8. Ludwik Fąferko,
9. Marcin Zuziak,
10. Józef Wietrzny,
11. Jan Pudełko,
12. Stanisław Kuzia,
13. Józef Woźniak,
14. Wojciech Łapiński.

Dwom uczniom pozwolono poprawiać egzamin po wakacyach.

VII. Zapiski statystyczne.

a) Liczba uczniów.

w klasie	Publicznych uczniów na początku roku	Z końcem II. półrocza			Klasyfikacya przy końcu roku szkolnego					
		publicznych	prywatnych	razem	z promocyą: celujących	z promocyą: I. stopień	bez promocyi: poprawiać może	bez promocyi: II. stop.	bez promocyi: III. stop.	nie egzaminowanych
					publicznych uczniów					
I. a)	34	28	—	28	3	19	1	1	4	6
I. b)	36	30	—	30	2	18	2	2	5	7
II. a)	28	27	—	27	3	17	4	2	1	1
II. b)	28	28	—	28	5	20	1	1	1	—
III.	42	41	—	41	7	22	3	2	7	1
IV.	36	35	1	36	6	22	3	2	2	1
V.	31	29	—	29	5	13	4	4	3	2
VI.	22	20	1	21	1	13	1	1	4	2
VII.	16	16	3	19	2	12	2	—	—	—
VIII.	17	17	1	18	4	10	—	1	2	—
					prywatystów					
					—	4	—	—	2	—
Razem	290	271	6	277	38	170	21	16	31	20

b). Wiek uczniów według lat urodzenia.

Klasa	1864 i 1865	1862 i 1863	1860 i 1861	1858 i 1859	1856 i 1857	1855 i wcześniej
I. *a)*	12	11	5	—	—	—
I. *b)*	8	9	10	3	—	—
II. *a)*	5	10	7	5	—	—
II. *b)*	5	12	4	7	—	—
III.	1	11	19	10	—	—
IV.	—	7	12	15	1	—
V.	—	1	10	11	6	1
VI.	—	—	1	8	8	3
VII.	—	—	—	7	4	5
VIII.	—	—	—	4	6	7
Razem	31	51	68	70	25	16

c). Rodem: Z Galicyi . . . . 263.
„ „ Królestwa polskiego 1.
„ „ Morawii . . . . 1.
„ „ Węgier . . . . 3.
„ „ Siedmiogrodu . . 1.
„ „ Włoch . . . . 2.

d). Wyznania: Rzymsko katolickiego . . 259.
„ Mojżeszowego . . . . . 12.

e). Opłaty szkolnej wpłynęło . . . złr. 1274.
Taksy wstępnej . . . . „ 147.
Datków dobrowolnych na przybory naukowe . . . . „ 335·75.
Uwolnionych od całej opłaty . . . . 200.
„ „ połowy . . . . . 12.
7 stypendystów otrzymało . . . złr. 566.

Stała subwencya Wys. Rządu wynosi rocznie 421 złr.

Przepisy szkolne.

1. Każdy uczeń tego zakładu jest obowiązany, wszelkie rozporządzenia dyrekcyi zakładu, jak najściślej wypełniać.

2. Sale naukowe otwiera się na 10 minut przed rozpoczęciem nauki. Przez ten czas powinni się wszyscy uczniowie z należytą przyzwoitością w swojéj klasie gromadzić, zająć niezwłocznie przeznaczone dla siebie miejsca i spokojnie oczekiwać rozpoczęcia wykładu. Włóczenie się po korytarzach, hałasy w klasie, jako też spóźnianie się na godziny wykładowe będą surowo karane.

3. Na godziny wykładowe powinien uczeń przynosić jedynie przepisane książki, zeszyty i inne przybory naukowe, przynoszenie przedmiotów, nie mających żadnego związku z nauką szkolną, jest wzbronione.

4. Podczas wykładu może być uczeń wywołany z klasy tylko w naglących wypadkach, i to za pozwoleniem dyrekcyi. Uczniowie, wywołujący kolegów z klasy podczas nauki, będą karani.

5. Wydalanie się ze szkoły w czasie nauki może być dozwolone tylko w naglących wypadkach.

6. Skupianie się i wałęsanie po korytarzach podczas zmiany godzin lub w czasie wypoczynku jest surowo zakazane.

7. Wszelkie naruszanie, psucie, niszczenie sprzętów szkolnych, i wszelkich środków naukowych, oraz zanieczyszczanie lokalów jest jak najsurowiéj zabronione; wykraczający nie tylko obowiązany jest wynagrodzić szkodę, ale nadto podpada karze w miarę swego przewinienia. Jeżeli sprawcy szkody wykryć nie można, natenczas muszą wszyscy uczniowie téj klasy, w któréj szkoda wyrządzoną została, ponieść koszta naprawy uszkodzonego przedmiotu, albo téż sprawienia nowego.

8. Po skończonéj nauce w szkole mają uczniowie spokojnie i przyzwoicie powracać do domu.

9. Także i po za obrębem szkoły powinno zachowanie się uczniów odpowiadać wymaganiom moralności i przyzwoitości.

10. W obcowaniu ze sobą powinni uczniowie postępować uprzejmie i grzecznie, a mimowolne urazy wzajemnie sobie przebaczać.

11. Urządzanie składek pieniężnych pomiędzy uczniami na jakie bądź cele prywatne, na upominki dla członków grona nauczycielskiego i t. p. nie są dozwolone; składki na cele publiczne mogą być urządzane tylko za wyraźném pozwoleniem Wys. Rady szkoln. kraj.

12. Żaden uczeń nie może ani jako członek, ani jako słuchacz brać udziału w jakichkolwiek stowarzyszeniach, i niewolno téż uczniom zawiązywać żadnych stowarzyszeń między sobą.

13. Schadzki i zgromadzenia uczniów w znaczniejszéj liczbie na ćwiczenia naukowe lub zabawy mogą się odbywać tylko za pozwoleniem lub pod dozorem grona nauczycielskiego.

14. Odwiedzanie miejsc publicznych, jako to: restauracyi, cukierni, kawiarni i t. p., tudzież uczęszczanie do teatru i na inne przedstawienia publiczne, dozwolone jest uczniom tylko w towarzystwie rodziców lub ich zastępców; także palenie tytoniu, jako nieodpowiedne ani wiekowi, ani powołaniu

uczniów, jest stanowczo zabronione, i wszelkie wykroczenia w tym względzie będą surowo karane.

15. Uczeń obowiązany jest uczęszczać bez przerwy do szkoły. W razie ważnéj przeszkody powinien wyjednać sobie na krótki czas uwolnienie od godzin szkolnych u gospodarza klasy, na kilkodniowy zaś przeciąg czasu u dyrektora.

16. O słabości i innych nieprzewidzianych przeszkodach winien uczeń w przeciągu 24 godzin ustnie lub pisemnie oznajmić gospodarzowi klasy; za przybyciem zaś do szkoły powinien w każdym razie wykazać wiarogodném pisemném świadectwem powód i czas swojéj nieobecności. Ośmiodniowa, niczem nieusprawiedliwiona nieobecność w szkole, będzie uważana za dobrowolne wystąpienie z zakładu, i może spowodować wykreślenie ucznia z katalogu. O wystąpieniu z zakładu ma każdy uczeń zawiadomić dyrekcyą i gospodarza klasy.

17. Rodzice lub opiekunowie uczniów zamiejscowi powinni ustnie lub pisemnie zawiadomić dyrekcyą, gdzie ucznia umieścili na stancyi i na kogo zdali obowiązki i prawa domowego nadzoru. Również musi być oznajmiona dyrektorowi lub gospodarzowi klasy każda zmiana tego nadzoru; gronu zaś nauczycielskiemu przysłuża prawo w takim razie, jeżeli nadzór domowy z słusznych powodów uważa za nieodpowiedny lub szkodliwy dla ucznia, żądać wyboru innego nadzorcy, a w razie oporu ze strony rodziców lub opiekunów przedłożyć krajowéj władzy szkolnéj wniosek o wykluczenie dotyczącego ucznia z zakładu.

18. Tylko rodzice, opiekunowie lub odpowiedzialni ich zastępcy, mogą w ciągu roku szkolnego zasięgać u nauczycieli wiadomości o postępie i zachowaniu się uczniów.

19. Za wszelkie przekroczenie tych przepisów szkolnych nastąpi kara, która od prostego skarcenia stopniowana być może aż do wykluczenia ucznia ze wszystkich publicznych zakładów naukowych państwa. Uczniowi, który uchyla się od poniesienia zasądzonéj kary wystąpieniem z zakładu, nie będzie wydane świadectwo przy odejściu.

VIII.

Ważniejsze rozporządzenia Wysokiéj Rady szkolnéj:

Z dnia 14. sierpnia 1874 względem powiększenia etatu nauczycieli o jednę posadę, przeważnie dla języka niemieckiego.

Z dnia 25. października 1875 poleca zakupienie znaczniejszéj ilości książek niemieckich do czytania dla uczniów, tudzież, aby uczniowie każdéj klasy obznajmiali się dokładnie z nowémi miarami i wagami.

Z dnia 9. lutego 1876 upoważnia Wolffa Rosenthala do wydawania uczniom tutejszego gimn. świadectw semestralnych z nauki religii mojżeszowéj.

Z dnia 9. lutego 1876. Reskrypt J. Exc. P. Ministra ośw: z d. 21. grudnia 1875 normujący przerwy w naukach szkolnych.

Z dnia 12. maja 1876 poleca pouczać uczniów, jak należy obchodzić się z farbami zawierającémi trucizny.

Uwaga. Rok szkolny 1877 rozpocznie się d. 1. września 1876. Przez trzy poprzedzające dnie odbywać się będą wpisy uczniów, tudzież egzamina poprawcze i wstępne.

W Wadowicach dnia 30go czerwca 1876.

Teodor Stahlberger
c. k. dyrektor.